

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ
XVII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ
<http://astro-olymp.org>

II кръг, 3 февруари 2014 г.
Ученици от 11-12 клас – решения

1 задача. Светилище. Вие сте вожд и върховен жрец на древно племе, живеещо в третото хилядолетие преди новата ера. По ваша заповед трябва да се построи светилище, където вие да говорите с боговете и да предсказвате настъпването на годишните времена и други съдбовни явления и събития.

- Вашето племе живее на екватора. Направете схема на светилището с форма на кръг и жертвеник в центъра, където ще заставате вие. По кръга трябва да има каменни арки, бележещи посоките, в които стават изгревите и залезите на Слънцето в дните на равноденствията и слънцестоянията. Отбележете посоките на света.

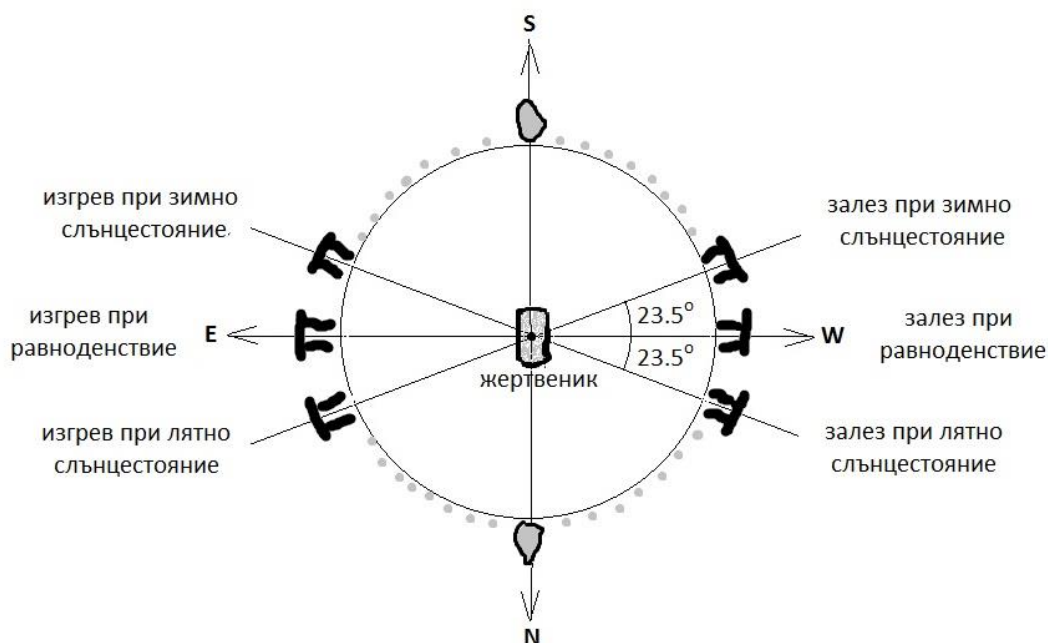
- Как ще изглежда схемата, ако племето живее на северната полярна окръжност?

- Ще може ли светилището да се използва за определяне на моментите на равноденствие и слънцестояние и в наше време? Обяснете своя отговор.

Решение:

В моментите на пролетно и есенно равноденствие Слънцето се намира в точките от еклиптиката, които пресичат небесния екватор. Следователно и на земния екватор, и на северната полярна окръжност тогава Слънцето ще изгрява от изток и ще залязва на запад. Съответните арки на светилището на екватора, както и на светилището на северната полярна окръжност трябва да са в посоките изток и запад.

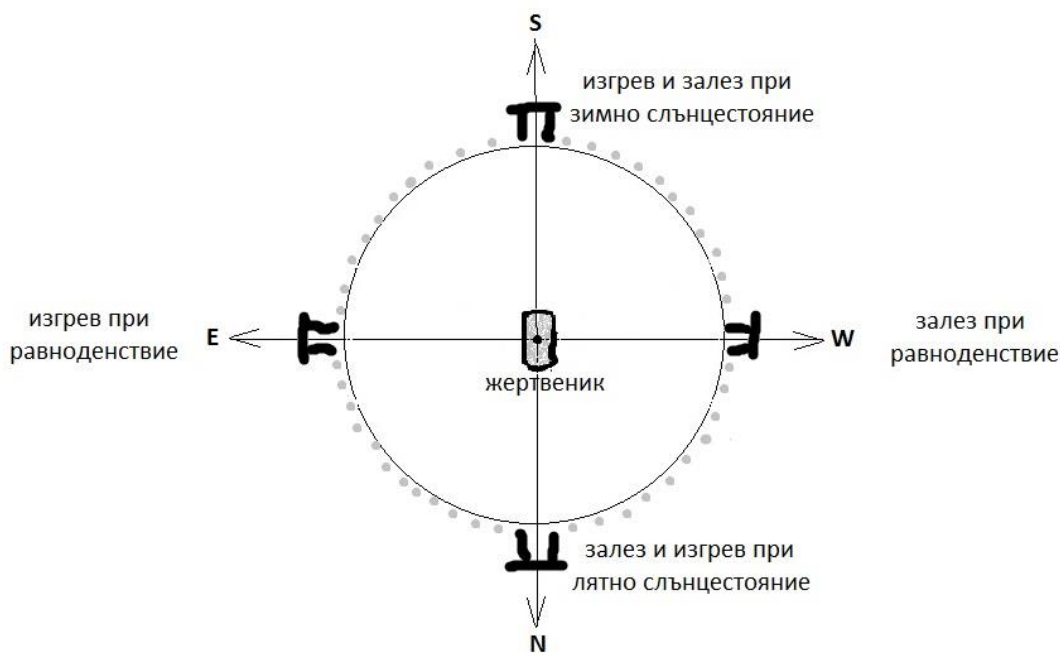
Поради наклона на земната ос към еклиптиката, в моментите на лятно и зимно слънцестояние Слънцето отстои на ъгъл около 23.5° от небесния екватор съответно в северната и в южната небесна полусфера. Тук за определеност ще наричаме лятно слънцестояние момента, когато Слънцето е най-далеч от небесния екватор в северната небесна полусфера и за нас, които живеем в северното полукълбо на Земята, започва лятото.



Светилище на екватора

За наблюдател на земния екватор слънцестоянията не могат да се нарекат зимно и лятно, защото от гледна точка на климата те са равностойни. Когато се намираме на земния екватор, за нас небесният екватор и всички небесни паралели определят равнини, перпендикулярни на хоризонта. Поради това при лятно слънцестояние, на земния екватор Слънцето ще изгрява от точка, разположена на 23.5° северно от точката изток на хоризонта, и ще залязва в точка, разположена на 23.5° северно от точката запад на хоризонта. При зимно слънцестояние то ще изгрява от точка, отстояща на 23.5° южно от точката изток, и ще залязва в точка на 23.5° южно от точката запад. Съобразно с това трябва да поставим каменните арки в нашето светилище на екватора.

За наблюдател на северната полярна окръжност в деня на лятното слънцестояние Слънцето ще се спусне в полунощ до точката север на хоризонта и после отново ще започне да се издига. Ако не отчитаме рефракцията, можем да кажем, че тогава центърът на видимия слънчев диск залязва в точката север и веднага след това изгрява. Поради рефракцията хората от племето ще наблюдават как Слънцето се спуска почти до хоризонта и после пак ще се издига в небето – затова на тази дата и в няколко денонощия около нея ще е непрекъснато ден. Така че с една каменна арка, разположена на север, в светилището ще се отбележи посоката, в която Слънцето се спуска най-ниско над хоризонта през лятото, без да залязва.



Светилище на северната полярна окръжност

В деня на зимното слънцестояние, ако не отчитаме рефракцията, центърът на видимия слънчев диск ще се издигне по пладне до хоризонта в точката юг и веднага след това ще започне да се спуска отново надолу. Поради рефракцията тогава хората от племето ще виждат изгрев на Слънцето около пладне от точка, която ще бъде на малко разстояние източно от точката юг на хоризонта, и скоро след това залез в точка на малко разстояние западно от точката юг. Ъгълът на рефракция зависи от състоянието на атмосферата и е променлив, ето защо точките на изгрева и на залеза в деня на зимното слънцестояние ще се променят. В техните промени хората от племето няма да могат да видят никаква закономерност, както при движенията на небесните светила, защото това ще зависи от неспокойната земна атмосфера. Ето защо най-доброто решение за светилището ще бъде да се отбележи средното положение между точките на изгрева и залеза, а именно – точката юг. Там трябва да се постави и каменната арка.

У някои от нас може да възникне заблуждението, че поради прецесията на земната ос днес светилището ще е неизползваемо. Но това не е така. Наистина, при прецесията се променя направлението на земната ос и съответно, северният небесен полюс се мести на фона на звездното небе. Така че, ако в това светилище имаше каменни арки, отбелязващи изгревите или залезите на някои ярки звезди нощем, то действително днес изгревите и залезите на същите звезди нямаше да стават от същите посоки. Но по отношение на Слънцето не е така. Прецесията води до преместване на точките по земната орбита, където се случват равноденствията и слънцестоянията. Направлението на земната ос поради прецесията може да се изменя, но дотолкова, доколкото наклонът на земната ос спрямо еклиптиката остава постоянен, точките на изгревите и залезите на Слънцето в определени дни от годината за дадено географско място не се променят. Ако искаме да бъдем съвсем точни, леките изменения, които търпи този наклон с течение на хилядолетията, ще водят до малки промени в посоките на изгревите и залезите на Слънцето. Тези малки изменения обаче, едва ли могат да се регистрират чрез грубите каменни арки. Така че, светилището ще може да се използва с успех и в днешно време за проследяването на годишните сезони. Що се отнася до разговорите с боговете и пророчествата – това зависи много повече от дарбите на върховния жрец, отколкото от разположението на камъните.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За правилни съображения и обяснение относно точките на изгрева и залеза при равноденствията за двете светилища – $2 \times 1 \text{ т.} = 2 \text{ т.}$

За правилни разсъждения и обяснение къде трябва да са точките на изгрев и залез в дните на слънцестоянията за двете светилища – $2 \times 2 \text{ т.} = 4 \text{ т.}$

За правилно начертаване на схемите – $2 \times 2 \text{ т.} = 4 \text{ т.}$

За обяснение и заключение по въпроса дали светилището може да се използва в наши дни – 2 т.

2 задача. Лунен календар. Смяната на лунните фази е в основата на лунния календар. Периодът на тази смяна е 29.530589 денонощия. При най-простия вариант на лунен календар в годината има 12 лунни месеца, като се редуват един след друг месеци с по 29 и по 30 дни. Основен принцип е, че началото на всеки месец е новолунието.

- Какъв е главният недостатък на подобен календар?
- В даден момент при новолуние обявяваме началото на първия лунен месец и започваме да отчитаме времето по такъв календар. След колко време ще се получи разминаване от едно денонощие между началото на поредния лунен месец и реалния момент на новолуние?

Решение:

Ако в годината има 12 редуващи се лунни месеци по 29 и 30 дни, дните в такава лунна година биха били $6 \times 29 + 6 \times 30 = 354$. За целите на ежедневиия живот обаче, много по-удобно е в основата на календара да бъде тропичната година, която отразява редуването на сезоните, а нейната продължителност е приблизително $365\frac{1}{4}$ денонощия. Ако времето се отмерва в години по 12 лунни месеца, то началото на всяка нова година ще се измества по малко спрямо смяната на сезоните и с течение на времето ще се случва през различни сезони. Това е най-големият недостатък на описания в условието лунен календар.

За простота при разсъжденията ще използваме средните стойности на периодите. Средната продължителност на лунния месец според този лунен календар нека отбележим с $T_1 = 29.5$ денонощия. С $T_0 = 29.530589$ денонощия означаваме действителната продължителност на лунния месец. Това също е усреднена стойност,

понеже в общия случай периодът на истинската смяна на лунните фази ще се различава от T_0 поради особеностите на движението на Луната около Земята и на Земята около Слънцето. Нека в началото на даден месец по лунния календар Луната наистина е била в новолуние. В началото на следващия среден календарен лунен месец след 29.5 денонощия, Луната ще бъде във фаза $T_0 - T_1 = 0.030589^d$ преди новолуние. Избързване на началото на календарния месец спрямо действителния момент на новолуние от едно денонощие ще се получи след време:

$$t = 1^d / 0.030589^d \approx 32.7 \text{ месеца}$$

Следователно в първия ден на 34-тия календарен лунен месец след началото на отчитането, лунната фаза ще се различава приблизително с едно денонощие от истинското новолуние, или по-точно, ще бъде приблизително едно денонощие преди новолунието. Това се равнява на около 3 лунни години.

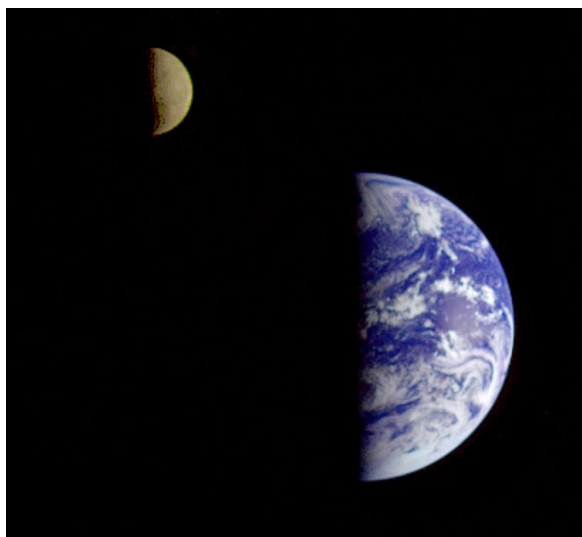
Критерии за оценяване (общо 10 т.):

За посочване на главния недостатък на лунния календар и обяснение – 3 т.

За правилен метод на пресмятане на разликата в лунните фази – 6 т.

За верен краен отговор – 1 т.

3 задача. Земя и Луна.



На 16 декември 1992 г., осем дни след поредното си преминаване покрай Земята, космическият апарат „Галилео” прави снимка на Земята и Луната.

- Кой от двата обекта е бил по-близо до станцията – Земята или Луната? Обосновайте вашия отговор чрез измервания върху снимката и пресмятания.

- Определете приблизително на какво разстояние се е намирал „Галилео” от Земята в момента на снимката.

- Приблизително колко време след този момент Луната трябва да е била в пълнолуние за земните наблюдатели?

Радиусите на Земята и Луната са съответно 6378 км и 1738 км, а разстоянието между тях в момента на снимката е 374515 км. За измерванията използвайте негативното изображение, дадено по-долу.



Решение:

Измерваме върху снимката диаметрите на изображения на Луната и Земята и получаваме съответно: $d_L = 23 \text{ mm}$, $d_T = 81 \text{ mm}$. Тези диаметри са пропорционални на видимите ълови диаметри δ_L и δ_T на двата обекта за наблюдател от станцията „Галилео“. Ако Земята и Луната са на едно и също разстояние от станцията, би трябвало отношението на видимите им ълови диаметри да е равно на отношението на линейните им диаметри, които нека означим с D_L и D_T . Пресмятанията показват обаче, че това не е така.

$$\frac{d_T}{d_L} \approx 3.52$$

$$\frac{D_T}{D_L} \approx 3.67$$

$$\frac{d_T}{d_L} < \frac{D_T}{D_L}$$

Отношението на ъловия размер на Земята към този на Луната е по-малко отколкото отношението на линейния размер на Земята към този на Луната. Следователно Луната е по-близо до космическия апарат, отколкото Земята.

Двете тела са на доста малко видимо ълово разстояние едно от друго – то е сравнимо с видимите им ълови размери. А линейното разстояние от Земята до Луната е около 60 пъти по-голямо от радиуса на нашата планета. Следователно можем да приемем, че ако r_L е линейното разстояние от станцията „Галилео“ до Луната, а r_T е разстоянието от станцията до Земята, то:

$$r_T - r_L \approx r_{TL}$$

където r_{TL} е разстоянието Земя – Луна. За видимите ълови диаметри на Земята и Луната можем да напишем:

$$\delta_T = \frac{D_T}{r_T} \qquad \delta_L = \frac{D_L}{r_L} = \frac{D_L}{r_T - r_{TL}}$$

Оттук получаваме:

$$\frac{\delta_T}{\delta_L} = \frac{d_T}{d_L} = \frac{D_T}{D_L} \cdot \frac{r_T - r_{TL}}{r_T}$$

$$r_T = \frac{r_{TL}}{1 - \frac{d_T}{d_L} \cdot \frac{D_L}{D_T}}$$

$$r_T \approx 10 \text{ млн км}$$

Приемаме, че отгоре на снимката е северното полукълбо на Земята. *Всъщност за това можем и да се досетим. Станцията „Галилео”, чиято цел е изследването на планетата Юпитер, първоначално кръжи по сложна орбита около Слънцето, сближавайки се последователно с Венера и Земята, за да се ускори в техните гравитационни полета. Снимката е направена малко след едно такова сближаване със Земята. В този момент станцията трябва да е летяла приблизително по посока на орбиталното движение на Земята около Слънцето, отдалечавайки се от Земята. Щом при това положение слънчевите лъчи идват отдясно на снимката, то можем да заключим, че северното полукълбо на нашата планета е отгоре. Това съображение не се изисква от учениците в решението на задачата и ако то е приведено, следва да се дават допълнителни точки за награда.* Фазите на Земята и Луната, които се виждат на снимката, показват, че Слънцето се намира на около 90° надясно от двете тела за наблюдател на космическата станция. Както вече отбелязахме, двете тела са почти на една линия със станцията. Гледано от северното полукълбо, Луната се движи около Земята в посока обратна на часовниковата стрелка. От всичко това можем да заключим, че в момента на снимката за земните наблюдатели Луната е била около фаза последна четвърт. Така че, Луната трябва да е била в пълнолуние около три седмици след момента на снимката. Проверката по действителните данни показва, че Луната е била в пълнолуние на 8 януари 1993 г.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За правилен подход при определяне дали Земята или Луната е по-близо до станцията – 2 т.

За измервания и пресмятания – 2 т.

За правилно заключение кое от двете тела е по-близо – 1 т.

За правилен метод за определяне на разстоянието до Земята – 3 т.

За достоверен числен резултат за разстоянието (при малки разлики в измерените диаметри на изображенията в резултат от различно качество на отпечатването на картинката, могат да се получат много големи разлики в крайния резултат) – 1 т.

За правилни разсъждения относно фазата на Луната – 2 т.

За вярно заключение за фазата – 1 т.

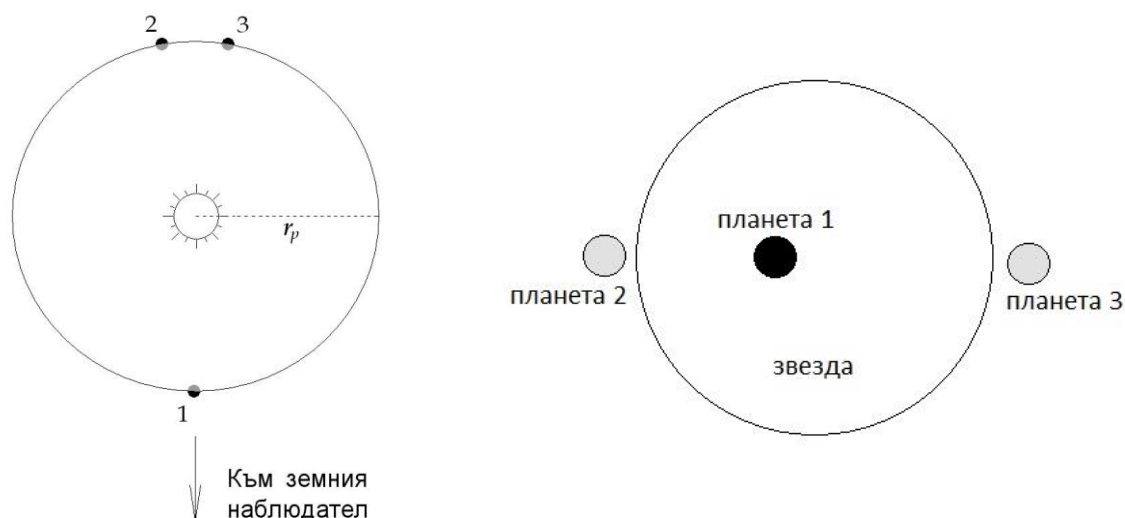
4 задача. Трите планети. Около далечна звезда, подобна на Слънцето, е открита странна планетна система. Тя се състои от три планети, големи колкото Юпитер, които се въртят на близки орбити, приблизително с размерите на орбитата на Меркурий. Нека в даден момент, когато земните астрономи наблюдават преминаване на първата планета пред диска на звездата, другите две планети са зад звездата, но така, че тя не ги засенчва.

- Възможно ли е блясъкът на двете планети, отразяващи светлината на близката до тях звезда, да компенсира затъмнението на част от диска на звездата, предизвикано от първата планета? Подкрепете вашия отговор с пресмятания.

Приемете, че всяка от планетите е 10 пъти по-малка от звездата. Голямата полуос на орбитата на Меркурий е 57.9×10^6 км, радиусът на Слънцето е 6.96×10^5 км.

Решение:

При преминаването на първата планета пред звездата, планетата е в най-близката до земния наблюдател част от орбитата си, а другите две планети са някъде в най-отдалечените от нас части от своите орбити около звездата. Видимото разположение на трите планети спрямо звездата за земния наблюдател е примерно такова, какото е представено на фигурата вдясно. Планета 1 е обърната към нас с тъмната си страна.



Другите две планети са практически изцяло обърнати към нас с осветените си от звездата страни. Да означим с E_0 осветеността, която създава за нас звездата, когато няма преминаване на планета пред нея:

$$E_0 = \frac{L}{4\pi r^2}$$

където L е светимостта на звездата, а r е разстоянието от нас до нея. При преминаване на планетата пред звездата, част от видимия диск на звездата се закрива. Да означим с R_0 и R_p радиусите на звездата и на планетата. Разглеждаме звездата като диск с площ $S_0 = \pi R_0^2$, който бива закрит от диска на планетата с площ $S_p = \pi R_p^2$. Тогава звездата ще създава за земния наблюдател осветеност:

$$E_1 = E_0 \cdot \frac{S_0 - S_p}{S_0}$$

$$E_1 = E_0 \cdot \left(1 - \frac{R_p^2}{R_0^2} \right)$$

Чрез последното уравнение ситуацията може да се представи още по-нагледно, ако го запишем по следния начин:

$$E_1 = E_0 - E_0 \cdot \frac{R_p^2}{R_0^2} = E_0 - \Delta E,$$

където $\Delta E = E_0 \cdot \frac{R_p^2}{R_0^2}$ е частта от светлинния поток, идващ от звездата, която се губи поради преминаването на планетата пред нея.

Осветеността, която звездата създава върху всяка от другите две планети, ще бъде равна на $\frac{L}{4\pi r_p^2}$, където r_p е разстоянието от звездата до планетите. Тези планети също разглеждаме като дискове и приемаме, че общата енергия, която попада върху всяка от тях от звездата, е равна на $\frac{L}{4\pi r_p^2} \cdot S_p$. Светлинния поток, създаван от една от тези планети за земния наблюдател, можем приблизително да изразим по следния начин:

$$E_p = \frac{\frac{L}{4\pi r_p^2} \cdot \pi R_p^2}{2\pi^2}$$

Тук в знаменателя пишем коефициент 2 вместо 4, понеже считаме, че осветеният диск на планетата разсейва отразената от звездата светлина в половината пространство към нас, но не и в обратна посока. Считаме също, че двете планети също са отдалечени от нас на разстояние, приблизително равно на r , понеже $r_p \ll r$. Освен това приемаме, че отражателната способност (албедото) на планетите е 100%. Преобразувайки последния израз, получаваме:

$$E_p = E_0 \cdot \frac{R_p^2}{2r_p^2}$$

В крайна сметка по време на преминаването на планета 1 пред звездата, общият светлинен поток, който достига до земния наблюдател от самата частично закрита звезда плюс другите две планети, ще бъде:

$$E = E_1 + 2E_p$$

$$E = E_0 - \Delta E + 2E_p$$

Сега остава да разберем коя от двете величини е по-голяма – намаляването на осветеността от звездата ΔE , дължащо се на преминаващата пред нея планета, или приноса $2E_p$ на двете други планети. Сравняваме двете величини:

$$\Delta E = E_0 \cdot \frac{R_p^2}{R_0^2} \qquad 2E_p = E_0 \cdot \frac{R_p^2}{r_p^2}$$

По условие звездата е подобна на Слънцето, следователно тя има радиус R_0 , равен на около един слънчев радиус. А орбитите на планетите имат близки радиуси r_p , подобни на радиуса на орбитата на Меркурий. Числените данни в условието ни убеждават, че $R_0 \ll r_p$. Следователно:

$$\Delta E > 2E_p,$$

$$\text{или } E < E_0$$

Светлината, идваща от двете планети, не може да компенсира загубата на светлинен поток от звездата, причинена от преминаващата пред нея планета.

До същия извод можем да достигнем дори и без много пресмятаня. Планетите обикалят около звездата по орбити с радиуси, които са значително по-големи от радиуса на звездата. Следователно общата светлинна енергия, която достига до всяка от планетите, е доста малка част от цялата звездна светлина, преминала през сфера с център звездата и радиус – радиуса на орбитите. Тази енергия очевидно е значително по-малка от енергията, която се излъчва от част от повърхността на звездата, закрита от една от планетите.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За правилна теоретична постановка на решението – 4 т.

За подходящи и правилни алгебрични пресмятания – 7 т.

За верен краен извод – 1 т.

Ако участникът е дал само правилни разсъждения и извод, подобни на последния пасаж от решението, но без пресмятания, вместо точките, които са посочени по-горе, да му се дават 4 точки.

5 задача. Размерите на Луната. На 15 февруари 2014 г. се навършват 450 години от рождението на великия италиански физик и астроном Галилео Галилей. Едно от по-малко познатите постижения на Галилео е предложената за първи път от него схема на часовник с махало. Представете си, че заедно с най-добрия ви приятел сте на Луната. Намирате се в равнинна местност на лунния екватор. Разполагате само с технически средства от XVII век, в който е живял Галилей – часовник с махало и секундна стрелка, с който при изпитания, проведени на Земята, времето се измерва с точност 1 секунда, дървен метър и въже с дължина няколко десетки метра.

- Предложете начин, по който бихте могли да определите радиуса на Луната чрез наблюдения по време на лунната нощ. Обяснете как ще използвате техническите средства в лунни условия. Опишете необходимите измервания и пресмятания, които ще извършите.

Радиусът на Луната е 1738 км, периодът на околоосното ѝ въртене е 27.3 денонощия, ускорението на силата на тежестта на лунната повърхност е 6 пъти по-малко от земното. Предполага се, че вие и вашият приятел имате еднакъв ръст.

Решение:

Щом ще наблюдаваме през нощта, най-добре е да изберем звездите като обект на наблюдение. Наблюдавайки звездите през дълъг интервал от време, може да намерим периода на околоосно въртене на Луната. Наблюдението на една звезда, без да разполагаме с допълнителни инструменти, може да се осъществи по следния начин. Избираме звезда, разположена максимално близо до небесния екватор (небесния екватор за Луната). Изчакваме тя да доближи западния хоризонт и засичаме момента на залеза на звездата. Това е възможно, понеже на Луната няма атмосфера и звездите се виждат ясно на хоризонта (особено през нощта, когато не ни пречи отразената от повърхността на Луната слънчева светлина). Изчакваме докато Луната направи един оборот около оста си и звездата отново застане над западния хоризонт. Тогава, от същата точка на лунната повърхност, от която сме засекли първия залез на звездата, засичаме втория залез. Времето между двата залеза е периодът на завъртане на Луната около оста ѝ или едно сидерично (звездно) лунно денонощие.

Изборът на звездата и определянето на точното направление на лунния екватор може да се извършат в процеса на наблюдението на звездите.

След като разполагаме с периода на завъртане на Луната около оста ѝ, можем да продължим с решаването на задачата, но вече са ни необходими двама наблюдатели. Измерваме точно, използвайки въжето и дървения метър, по повърхността на Луната отсечка от няколко десетки или няколкостотин метра, разположена по протежение на екватора на Луната. Крайщата на отсечката са точките, в които ще застанат двамата наблюдатели. Нека първият наблюдател, който стои в източната точка на отсечката, вижда звездата близо до лунния небесен екватор да залязва. Отбелязва се моментът на залеза t_1 .

Вторият наблюдател, който стои в западната точка на отсечката, ще види залеза на звездата с няколко десетки секунди по-късно. Това е така, понеже Луната се върти бавно и на сравнително близки разстояния явленията изгрев и залез на едни и същи обекти стават в съществено различаващи се моменти от време. Нека, примерно,

наблюдателите са на 100 м разстояние. За едно завъртане около лунната ос точка от екватора на Луната описва пълната дължина на екватора. За да измине 100 м, заедно с повърхността на Луната, и да достигне положението на първия наблюдател, така че да вижда залеза на звездата, на втория наблюдател ще е необходим интервал от време Δt , който се отнася към периода на завъртане на Луната около оста ѝ както разстоянието между двамата наблюдатели към дължината на екватора на Луната.

$$\frac{\Delta t}{T_L} = \frac{s}{2\pi R_L}$$

$$\Delta t = \frac{s \cdot T_L}{2\pi R_L} \approx 21^s.6$$

За да се завърти на 100 м, на точка от екватора на Луната са необходими повече от 21^s . Това означава, че ако работим с часовника с точност 1 s, ще имаме грешка от 5% в определянето на радиуса на Луната. Ако искаме по-голяма точност, ще се наложи да увеличим разстоянието между наблюдателите.

Моментът на залеза на звездата за втория наблюдател отбелязваме с t_2 . Разстоянието между двамата наблюдатели е измерено с въже. Понеже в задачата се говори за равнинна местност, се подразбира, че става дума за равнина, следваща строго сферична форма, с център – в центъра на Луната. Тогава разстоянието между наблюдателите е дъга с дължина s , която е част от лунния екватор. Отношението на дъгата към обиколката на екватора е равно на отношението на интервала време между залезите на звездата за двамата наблюдатели към периода на завъртане на Луната около оста ѝ.

Нека $\Delta t = t_1 - t_2$. Тогава:

$$\frac{s}{2\pi \cdot R_L} = \frac{\Delta t}{T_L}$$

$$R_L = \frac{s \cdot T_L}{2\pi \cdot \Delta t}$$

където R_L и T_L са радиусът и периодът на околоосно въртене на Луната.

Ако сме имали неблагоприятното да настройваме часовника с махало на Земята, ще се наложи да посмятаме допълнително. Понеже не знаем как е разпределена масата в махалото на часовника, ще трябва да приемем, че то може да се разглежда като математическо махало. Периодът на математическото махало зависи от ускорението на силата на тежестта и се описва с формулата:

$$T_L = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_L}}$$

където T_L е периодът на махалото, l е дължината му, а g_L е ускорението на силата на тежестта на Луната. Записваме същата формула и за Земята, където часовникът е настроен така, че секундната му стрелка отброява интервали от по една секунда.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

където T и g са периодът на махалото и ускорението на силата на тежестта на Земята. Разделяме двете равенства и получаваме за периода на махалото на повърхността на Луната:

$$T_L = T \sqrt{\frac{g}{g_L}}$$

Знаем, че отношението на ускоренията на силата на тежестта на Земята и Луната е равно на 6. Тогава за периода на махалото на Луната получаваме:

$$T_L = 2.449490 \cdot T$$

Темпът на хода на един часовник с махало се командва от периода на махалото. Следователно на Луната часовникът ще върви приблизително 2.45 пъти по-бавно отколкото на Земята. Това трябва да се има предвид. Освен това, ако точността на часовника е свързана с механичната точност на изработване на детайлите, то и тя ще намалее със същия коефициент. Затова ще се наложи да измерим по-голямо разстояние на Лунната повърхност (около 2.45 пъти по-голямо), за да не загубим точност в определянето на радиуса на Луната.

Критерии за оценяване (общо 14 т.):

За подходяща постановка на метода за определяне на лунния радиус – 3 т.

За описание на необходимите наблюдения и измервания – 3 т.

За обосновка на точността на метода – 1 т.

За математическо описание на метода – 3 т.

За отчитане на различния период на махалото на Луната и влошаването на точността на часовника – 4 т.