

III кръг, 6 юни 2021 г.

Ученици от 7-8 клас – решения

1 задача. Космическа разходка.

• **А)** Романтическият австралиеца от Мелбърн, когото познавате от задачата за втория кръг, се разхожда със своята приятелка на лунна светлина към 18 часа по местно време. Нарисувайте как изглежда за него фазата на Луната, ако пълнолунието се очаква да бъде след около седмица. В каква посока се вижда Луната?

• **Б)** Избройте две съзвездия, с които граничи съзвездието Андромеда. Не изброявайте повече от две съзвездия.

• **В)** Съвременният човек – Homo Sapiens – се е сформирал преди около 100 000 години. Съществувал ли е той по времето, когато е била излъчена светлината, пристигаща при нас сега от следните обекти:

- Плеядите;
- галактиката Андромеда;
- квазара 3C 273;
- кълбовидния звезден куп M13?

• **Г)** В кои съзвездия се намират звездите

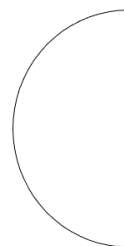
- Ригел;
- Алтаир;
- Спика?

• **Д)** Отговорете и обяснете дали можем да наблюдаваме метеори:

- от повърхността на Меркурий;
- от повърхността на Венера;
- от борда на Международната космическа станция?

Решение:

А) Една седмица преди пълнолуние Луната трябва да е във фаза около първа четвърт. За нас, жителите на северното полукълбо на Земята в такава фаза Луната се вижда като полукръг, обърнат с изпъкналата си страна надясно. Но за наблюдател от южното полукълбо тя ще изглежда така, както е показано на фигурата. При тази фаза Луната е в горна кулминация около 18 часа и романтичният австралиеца с неговата приятелка ще я виждат в посока север. **(3 т.)**



Б) Съзвездието Андромеда граничи с Персей, Касиопея, Гуцер, Пегас, Триъгълник, Риби. Достатъчно е да се посочат две съзвездия. **(2 т.)**

В) Диаметърът на нашата Галактика е около 100 000 години. Следователно видът Homo Sapiens е съществувал по времето, когато е излъчена светлината, пристигаща сега до нас от който и да е обект от нашата Галактика. В това число се включват разсеяният звезден куп Плеяди (на разстояние около 450 светлинни години) и кълбовидният звезден куп M13 (отдалечен на около 22 000 светлинни години). Галактиката Андромеда е на разстояние около 2.5 милиона светлинни години, а квазарът 3C 273 е активно ядро на галактика и е отдалечен от нас на около 2.5 милиарда светлинни години. Светлината от тези два обекта, идваща към нас, е излъчена преди появата на съвременния човек. **(4 т.)**

Г) Ригел е от съзвездието Орион, Алтаир е от съзвездието Орел, а Спика – от съзвездието Дева. (3 т.)

Д) От повърхността на Меркурий не могат да се наблюдават метеори, защото той няма атмосфера, в която метеорните тела да предизвикват светене. От повърхността на Венера също не могат да се виждат метеори. Те би трябвало да се появяват на значителна височина в плътната атмосфера на планетата и по-ниските слоеве, които са още по плътни, няма да позволяват тези метеори да се наблюдават от повърхността. Международната космическа станция е в сравнително ниска орбита около Земята. Някои достатъчно ярки метеори, появяващи се в земната атмосфера, биха се виждали от борда на станцията. (3 т.)

2 задача. Китайски радиотелескоп. През 2016 г. в Китай е построен огромният радиотелескоп Тианян („Небесно око“). Той има диаметър 500 m и е най-големият съвременен радиотелескоп, състоящ се от една цяла отражателна антена. Радиотелескопът може да наблюдава обекти, отстоящи на ъглово разстояние до 40° във всички посоки от зенита. Той работи на честоти от 70 MHz до 3 GHz ($1 \text{ MHz} = 10^6$ херца, $1 \text{ GHz} = 10^9$ херца, 1 херц е едно трептене в секунда. Радиовълните се разпространяват със скоростта на светлината $c = 300\,000 \text{ км/с}$).



- А) Географските координати на радиотелескопа са $\lambda = 106^\circ 51' 24''$ източна дължина, $\varphi = 25^\circ 39' 11''$ северна ширина. Разполагате с карти на северното и на южното звездно небе. Обозначете върху тях областта от небесната сфера, която е достъпна за наблюдение с този радиотелескоп.

- Б) Защо за построяването на телескопа е предпочетена рядко населена планинска област в южната част на Китай, а не например подобна рядко населена област в централната или северната част на страната?

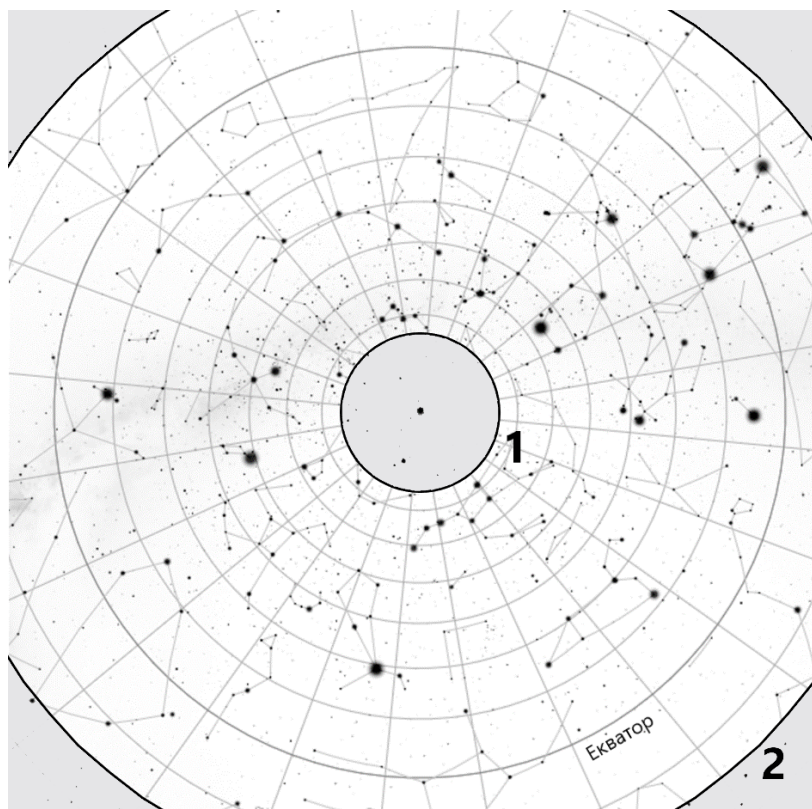
- В) Може ли с този радиотелескоп да се правят наблюдения на хладните космически облаци от водород, излъчващи на дължина на вълната 21 см?

- Г) За всеки от следните космически източници на радиоизлъчване посочете какво представлява и дали е достъпен за наблюдение с телескопа:

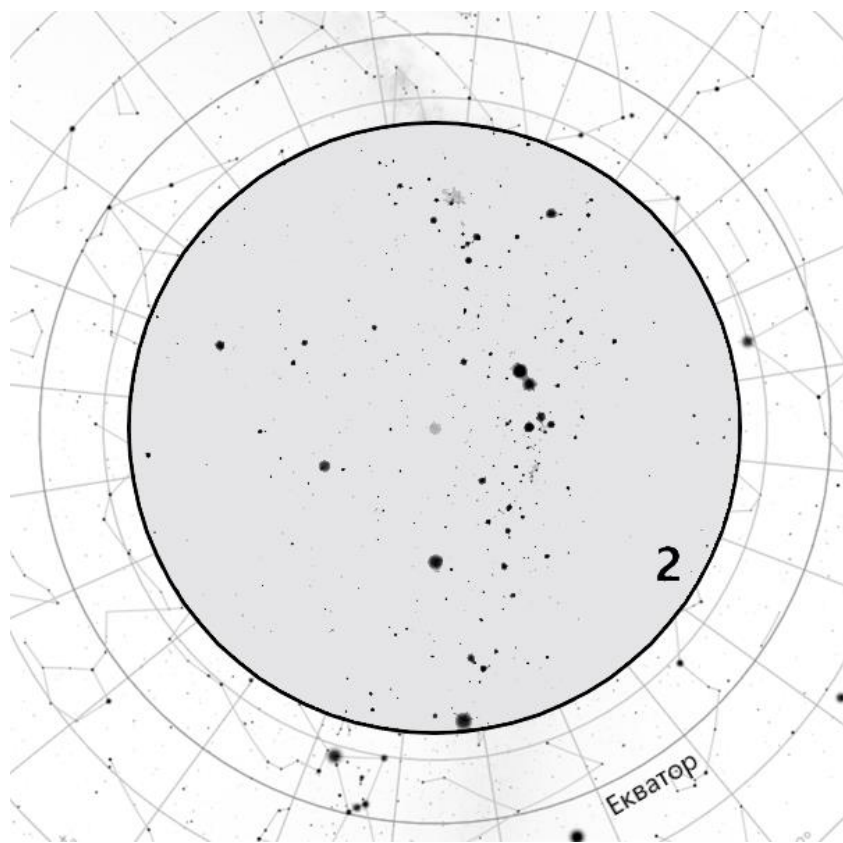
- Центърът на нашата Галактика в съзвездието Стрелец;
- Ракообразната мъглявина в съзвездието Бик;
- Мъглявината M42 в съзвездието Орион.

Решение:

С радиотелескопа могат да се наблюдават звезди в един пояс около небесния екватор, чиято деклинация е в интервала от $\varphi + 40^\circ = 65^\circ 39' 11''$ до $\varphi - 40^\circ = -14^\circ 20' 49''$. Отбелязваме приблизително границите на тази област с линии върху двете звездни карти.



Карта на северното небе. Областта, която може да се наблюдава с китайския радиотелескоп, се намира между паралелите, означени с 1 и 2. Недостъпните за наблюдение области са означени в сив цвят.



Карта на южното небе. Недостъпната за наблюдение област от китайския радиотелескоп е означена в сив цвят.

Колкото по-близо до екватора е мястото, на което се намира радиотелескопът, толкова е по-обширна областта от небесната сфера, достъпна за наблюдение с него. Ако телескопът беше по на север, то достъпната за наблюдение област щеше да обхваща обекти с по-висока деклинация, които лежат на небесни паралели с по-малки радиуси и общата площ на достъпната за наблюдение област щеше да е по-малка.

Ако означим с λ дължината на електромагнитната вълна, на която излъчват хладните водородни облаци, а с ν нейната честота, то е в сила съотношението:

$$c = \lambda \nu$$

където c е скоростта на светлината. Оттук за честотата получаваме:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{300\,000\,000\text{ m/s}}{0.21\text{ m}} \approx 1.4 \times 10^9\text{ Hz} = 1.4\text{ GHz}$$

Тази стойност се намира в рамките на интервала от честоти между 70 MHz и 3 GHz, на които работи телескопът и следователно с него ще може да се извършват наблюдения на облаци от водород, които са много важни, например за изследване на структурата на нашата Галактика.

Както виждаме от картата на южното небе, съзвездие Стрелец се намира изцяло в недостъпната за наблюдение от радиотелескопа област, следователно центърът на Галактиката няма да може да се наблюдава с радиотелескопа. Радиоизточникът там е свързан с веществото на мъглявините около свръхмасивната черна дупка в центъра на Галактиката.

Ракообразната мъглявина е остатък от свръхнова звезда, избухнала през 1054 г. Тя ще може да се наблюдава с радиотелескопа.

Мъглявината M42 в Орион е област на активно образуване на млади звезди. Тя също попада в границите на видимост за радиотелескопа.

Критерии за оценяване (общо 15 т.)

За определяне на границите на видимата от телескопа област – 4 т.

За означаването им върху звездните карти – 2 т.

За обяснение защо е избрано това място за радиотелескопа – 3 т.

За пресмятане с цел да се отговори дали с радиотелескопа могат да се наблюдават водородните облаци и правилно заключение – 3 т.

За посочване на вида на изброените обекти и възможността те да се наблюдават от радиотелескопа 3 т.

3 задача. Свръхмасивни черни дупки. Почти всяка голяма галактика има в центъра си свръхмасивна черна дупка. Радиусът на една черна дупка е $R = R_S(M/M_S)$, където R_S е приблизително равно на 3 километра, M е масата на черната дупка, а M_S е масата на Слънцето.

През 1999 г. астрономи установяват, че масата на черната дупка в центъра на дадена галактика е свързана с движението на звездите в балджа (централната част) на галактиката чрез следната приблизителна зависимост:

$$M/M_S = 3.1 \times 10^8 \left(\frac{\sigma}{200\text{ km/s}} \right)^4$$

В това уравнение σ е дисперсията на скоростите на звездите – величина, която показва, с колко се различават хаотичните скорости на движение на звездите в балджа на галактиката една спрямо друга.

- А) Дисперсията на скоростите на звездите в балджа на галактиката NGC 4374 е $\sigma = 300\text{ km/s}$. Пресметнете масата в слънчеви маси и радиуса в астрономически единици (AU), които се очаква да има черната дупка в центъра на тази галактика. Разстоянието Земя-Слънце е $1\text{ AU} = 149.6 \times 10^6\text{ km}$.

• **Б)** Ако поставим черната дупка от центъра на галактиката NGC 4374 на мястото на Слънцето, колко от осемте планети ще влязат в границите ѝ? А ако вместо нея, поставим на мястото на Слънцето черната дупка от центъра на галактиката Андромеда, колко от осемте планети ще влязат в границите ѝ? Черната дупка в ядрото на галактиката Андромеда (M31) е с маса 200 милиона пъти по-голяма от масата на Слънцето.

• **В)** Черната дупка в ядрото на Млечния път е с маса около 4 милиона слънчеви маси. Кои типове космически обекти, наблюдавани от нас в нощното небе, могат да имат по-голяма маса от тази черна дупка?

Решение:

А) Заместваме дадената ни формула $\sigma = 300 \text{ km/s}$ и получаваме за масата на черната дупка в центъра на NGC 4374 в слънчеви маси:

$$\frac{M}{M_S} = 3.1 \times 10^8 \left(\frac{300}{200} \right)^4 = 1.57 \times 10^9$$

Заместваме този резултат във формулата за радиуса на черната дупка (известен още като радиус на Шварцшилд) и намираме:

$$R = R_S(M/M_S) = 1.57 \times 10^9 \times 3 \text{ km} = 4.71 \times 10^9 \text{ km}$$

Превръщаме километрите в астрономически единици като разделим на $149.6 \times 10^6 \text{ km}$ и получаваме $R = 31.5 \text{ AU}$. **(5т.)**

Б) Най-външната от 8-те известни планети в Слънчевата система, Нептун, има радиус на орбитата 30.1 AU. Следователно, всичките 8 планети биха влезли в границите на черната дупка от центъра на NGC 4374.

Поради малката разлика в стойностите, отговорът, че 7 от 8-те планети влизат в границите, също се счита за верен. Разстоянието Слънце-Уран е значително по-малко – средно 19.2 AU.

Отново със заместване в първата формула можем да получим радиуса на Шварцшилд за черната дупка в центъра на галактиката Андромеда:

$$R = R_S(M/M_S) = 200 \times 10^6 \times 3 \text{ km}$$

След превръщане на мерните единици получаваме $R = 4.0 \text{ AU}$. В този радиус влизат планетите до Марс, включително, т.е. 4 от 8-те планети. Радиусът на орбитата на Юпитер е около 5.2 AU.

(6т.)

В) Тъй като черните дупки се намират в *галактики*, лесно е да съобразим, че галактиките обикновено имат по-голяма маса.

Някои галактики имат активни ядра, в които около черната дупка има акреционен диск от бързо въртяща се гореща материя. Тези ядра могат да светят по-ярко от цялата останала галактика. Такива обекти са *квазарите*. Те приличат на звезди в нощното небе, но всъщност са ядра на галактики. Поради големите разстояния до тях, не могат да се наблюдават с просто око.

Кълбовидните звездни купове съдържат стотици хиляди до милиони звезди. Най-масивните от тях надвишават 4 милиона слънчеви маси. Най-масивният кълбовиден куп в Млечния път, Омега Центавър, има маса около 4 милиона слънчеви маси, но в други галактики има и по-масивни купове.

(4т.)

4 задача. Галилеевите спътници. Четирите най-големи спътника на Юпитер се наричат Йо, Европа, Ганимед и Калисто. Те са открити от великия италиански учен Галилео Галилей преди повече от 4 века, при едно от първите му наблюдения с новоизобретения от него телескоп. Тези спътници се движат по кръгови орбити, лежащи в равнината на екватора на Юпитер, в същата посока, в която Юпитер се върти около оста си. Дадена ви е таблица с данни за спътниците.

- А) Можем ли от повърхността на Юпитер да наблюдаваме пълно слънчево затъмнение, причинено от спътника Йо?

- Б) Опишете в каква посока се извършва видимото денонощно движение на всеки от спътниците, за наблюдател, който се намира на екватора на Юпитер. Има ли сред четирите спътници някои, които при видимото си денонощно движение по небето да изгряват от запад и да залязват на изток?

Както е известно, при наблюдение от Земята планетите понякога обръщат посоката на видимото си движение относно звездите. За външните планети това т.нар. ретроградно движение се наблюдава около точката на опозиция (противостояние). При Луната обаче не се наблюдава ретроградно движение.

- В) Пресметнете скоростта на движение на точка от екватора на Юпитер при неговото околоосно въртене, а също така и скоростите на движение на четирите спътника по техните орбити. Проверете дали за някои от тях няма да има период от време, в който да изглежда, че те обръщат посоката на видимото си движение спрямо съзвездията – дали има спътници, при които понякога се наблюдава ретроградно движение.

Спътник	Орбитален радиус, km	Орбитален период в денонощия	Радиус, km
Йо	422 000	1.77	1 830
Европа	671 000	3.55	1 561
Ганимед	1 070 000	7.15	2 634
Калисто	1 883 000	16.70	2 410

Екваториалният радиус на Юпитер е 71500 km, а периодът на въртене около оста, за точка от екватора – 9h 55min. Радиусът на Слънцето е 696 000 km, а Юпитер се намира на разстояние от него 778.57 милиона km. Луната се движи по орбитата си със скорост около 1 km/s, а точка от земния екватор – със скорост около 465 m/s.

Решение:

А) За да наблюдаваме пълно слънчево затъмнение от спътника Йо, той трябва да има видим ъглов размер по-голям от този на Слънцето.

Нека с $R_{\text{Йо}}$ да означим радиуса на Йо, с $r_{\text{Йо}}$ – радиуса на неговата орбита, а с $R_{\text{Ю}}$ – радиуса на Юпитер.

Максималният видим ъглов размер на спътника, за наблюдател, който е на повърхността на планетата е:

$$\delta_{\text{max}} = \frac{2R_{\text{Йо}}}{r_{\text{Йо}} - R_{\text{Ю}}} \approx 36'$$

Нека сега с $R_{\text{сл}}$ да означим радиуса на Слънцето, с $r_{\text{Ј}}$ – радиуса на юпитерианската орбита.

Видимият ъглов размер на Слънцето, за наблюдател на Юпитер е:

$$\delta_{\text{сл}} = \frac{2R_{\text{сл}}}{r_j} \approx 6.2'$$

Виждаме, че видимият ъглов размер на Йо е значително по-голям, следователно пълно слънчево от него може да се наблюдава.

Б) От таблицата можем да видим, че всички Галилееви спътници имат орбитални периоди, които са по-големи от периода, за който Юпитер прави едно завъртане около оста си. Следователно, сред тях не би следвало да има такива, които да „изпреварват“ Юпитер и посоката на тяхното движение по небето се определя от това в каква посока той се върти около оста си. Затова можем да направим извода, че сред тях няма такива, които да изгряват от запад и залязват на изток.

В) Нека с P да означим периода за околоосно въртене на Юпитер.

Скоростта на точка от неговия екватор е:

$$V_E = \frac{2\pi R_{\text{Ю}}}{P} \approx 12,6 \text{ km/s}$$

Ако r е орбиталният радиус на някой от Галилеевите спътници, а T е съответният орбитален период, то орбиталната скорост на този спътник е:

$$V = \frac{2\pi r}{T}$$

Използвайки дадените ни стойности, пресмятаме следните скорости:

Йо – 17,34 km/s

Европа – 13,75 km/s

Ганимед – 10,88 km/s

Калисто – 8,20 km/s.

Оттук следва, че по-голяма линейна скорост от екватора на Юпитер имат спътниците Ганимед и Калисто. Около моментите н своята горна кулминация, техните скорости са насочени успоредно на скоростта, която точка от екватора има. Поради това, в този момент, за наблюдател, разположен на екватора ще изглежда, че Йо или Европа „изостават“ от него. Това означава, че тяхното видимо движение на фона на звездите ще бъде в посоката, в която те се движат по своите орбити. Именно тогава те „се движат на обратно“ върху съзвездията и са в ретроградно движение. Всъщност, това се наблюдава в продължение на някакъв интервал от време около преминаването на всеки от тези два спътника през неговата горна кулминация.

Критерии за оценяване:

А) 5т.

- за *правилен израз за максималния видим ъглов размер на Йо и верен числен отговор* – 2т.

- за *намиране на правилен израз за видимия ъглов размер на Слънцето и верен числен отговор* – 2т.

- за *верен извод дали можем да видим пълно затъмнение от Йо* – 1т.

Б) 3т.

- за *правилни разсъждения при какви условия можем да видим изгрев на даден спътник от запад* – 2т

- за *верен извод дали това ще се наблюдава за някой от спътниците* – 1т.

В) 7т.

- за правилен израз за скоростта на точка от екватора на Юпитер и вярна числена стойност – 1т.
- за правилен метод за намиране на орбиталните скорости на четирите спътника и верни числени стойности – 3т.
- за извод, че Йо и Европа се движат по-бързо – 1т.
- за правилни разсъждения относно това, че тези два спътника ще се движат ретроградно, около своите горни кулминации - 2т.

5 задача. Окултация на Венера от Луната.



На 1 декември 2008 г. вечерта от България наблюдавахме интересно и сравнително рядко астрономическо явление – покритие (окултация) на планетата Венера от диска на Луната.

- А) На какво видимо ъглово разстояние е била Луната от Слънцето? Определете това разстояние с максимална точност графично, като направите необходимите допълнителни построения и измервания върху негативното изображение на увеличената снимка, което ви е дадено след условията на задачите.
 - Б) Каква е била възрастта на Луната – колко дни са минали от най-близкия момент, в който фазата ѝ е била новолуние)?
 - В) Като използвате резултата от подусловие А), начертайте схема, която показва орбитата на Венера и взаимното разположение на Слънцето, Венера и Земята в подходящ мащаб. Нарисувайте как би изглеждала Венера, ако погледнем към нея с достатъчно силен телескоп, с който можем ясно да различим нейната фаза.
- Подробно обяснете всяка стъпка във Вашето решение. Това значително ще улесни проверката на писмената Ви работа и може да се отрази благоприятно на Вашия резултат.

Справочни данни:

Синодичен лунен месец – 29.5 дни

Радиус на орбитата на Венера – 0.723 астрономически единици

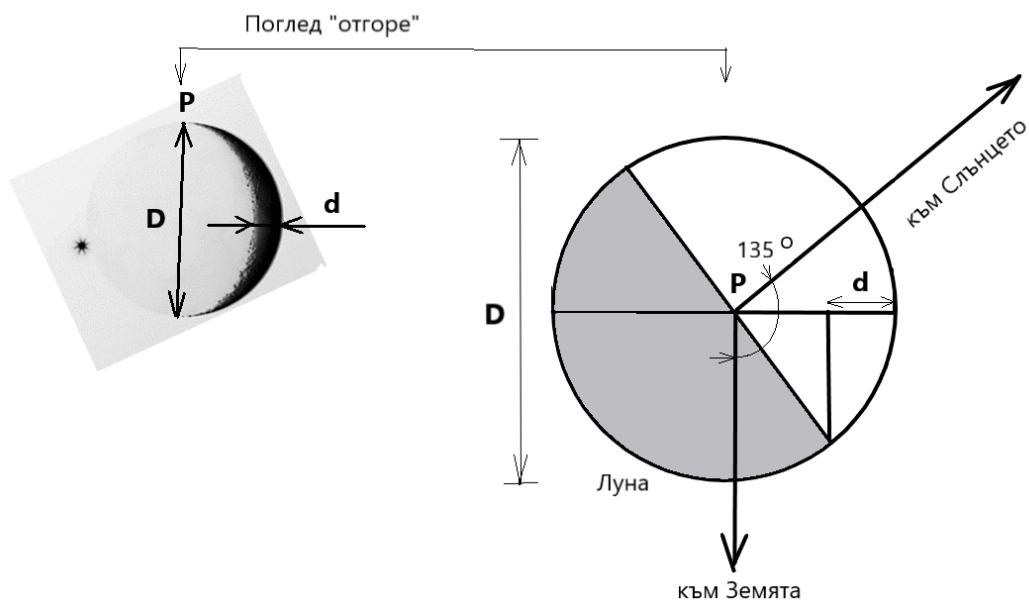
Решение:

А) Първо трябва да определим количествено фазата на Луната. За целта, измерваме максималната дебелина на лунния сърп d и диаметъра на целия лунен диск по изображението D . Фазата на Луната Φ се определя от съотношението:

$$\Phi = \frac{d}{D}$$

Измерванията върху изображението показват, че $d = 5 \text{ mm}$, а $D = 33 \text{ mm}$, откъдето пресмятаме $\Phi \approx 0,15$.

За да намерим ъгловото отстояние между Луната и Слънцето, постъпваме по следния начин:



- Начертаваме кръг с достатъчно голям диаметър (примерно 8 cm), който ще представлява Луната. Но в сравнение с изображението на снимката, тук ще си представяме Луната, завъртяна около хоризонтална ос, така че точката Р, означена върху снимката, да се окаже обърната точно към нас и следователно в центъра на начертания кръг. Обозначаваме посоката към земния наблюдател спрямо този кръг;
- Върху хоризонталния диаметър на начертаната от нас Луна отмерваме отсечката d , чиято дължина трябва да е в същото съотношение с диаметъра, в каквото е най-широката част на осветения лунен сърп към диаметъра на лунното изображение върху снимката.
- Върху нашата схема на Луната начертаваме терминатора. В случая той ще преминава през центъра на лунното изображение, т.е. през точката Р.
- Перпендикулярно на терминатора начертаваме посоката към Слънцето. От тази посока идват слънчевите лъчи и можем да означим осветената от Слънцето и неосветената половина на Луната.
- Измерваме с транспортир ъгъла между посоката от Луната към Земята и посоката към Слънцето. Ако сме работили в правилния мащаб за отсечката d , получаваме за този ъгъл 135° .
- Считаме, че разстоянието до Слънцето е много по-голямо от разстоянието Земя – Луна. Поради това можем да приемем, че направленията Земя-Слънце и Луна-Слънце са успоредни едно на друго;
- Оттук следва, че за наблюдател на Земята ъгловото разстояние между Луната и Слънцето е $180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$.

При решаването на това подусловие се изисква да се направят много графични построения и измервания. По тази причина е напълно възможно, измерените от учениците стойности слабо да се различават от тези, които са написани в авторското решение. Също така, възможно е някои ученици да са използвали различен начин да намерят ъгловото отстояние. Ако методът, по който ученикът е работил, е изпълнен правилно и е получено ъглово отстояние близко до 45° , следва да се присъдят пълни брой точки.

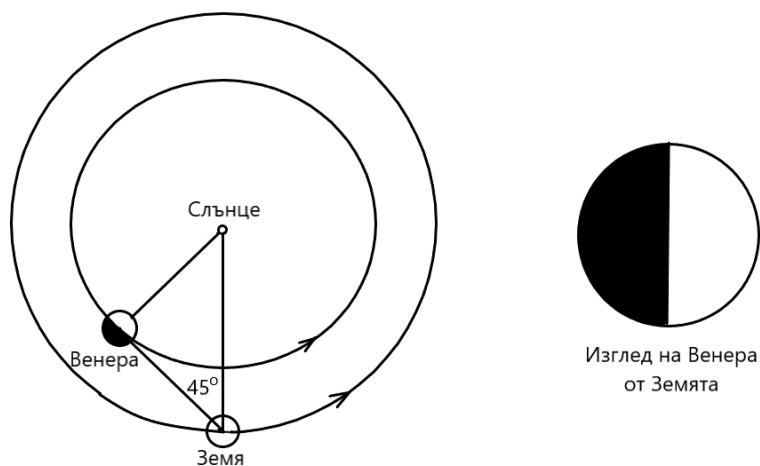
Б) Синодичният лунен месец е с продължителност $T_{\text{SYN}} = 29,5^{\text{d}}$. Това е времето, за което тя прави една пълна обиколка около Земята, но относно правата линия, която свързва Земята и Слънцето.

Знаем, че за земния наблюдател по време на новолуние Луната отстои на 0° от Слънцето. Следователно, интервалът от време, който е изминал от последното новолуние преди окултацията, до момента, в който кадърът е бил заснет е:

$$t = \frac{45^{\circ}}{360^{\circ}} T_{\text{SYN}} \approx 3\text{d } 17\text{h}$$

Това е и търсената възраст на Луната. *Реалната възраст е почти точно 4 дни.*

В) За да намерим как Венера би изглеждала през телескоп, с който можем ясно да различим нейната фаза, първо трябва да намерим какъв ъгъл сключва зрителният лъч от земния наблюдател, с лъчите падащи върху Венера от Слънцето. За тази цел постъпваме по следния начин:



- Построяваме орбитите на Земята и на Венера в мащаб (диаметърът на земната орбита може да е примерно 10 cm, а този на орбитата на Венера – 7.2cm);

- Означаваме Земята в някакво положение по своята орбита (без ограничение на общността точно къде);

- Тъй като по небето виждаме Луната и Венера много близо една до друга, то можем да направим извода, че те са на практически еднакво ъглово отстояние от Слънцето. За да намерим къде е Венера по орбитата си, начертаваме права, с начало Земята, която сключва ъгъл 45° с отсечката Земя-Слънце.

- Забелязваме, че тази права практически се допира до орбитата на Венера. Това означава, че в този момент за нас тя е била практически в максимална елонгация (в случая това е максимална източна елонгация).

- В такава конфигурация, зрителният лъч от земния наблюдател сключва ъгъл 90° със слънчевите лъчи, които огряват Венера. Поради това, би следвало ние да я виждаме огрята наполовина, както е показано на схемата по-долу. Всъщност, огрята би трябвало да е западната половина на диска на Венера.

В действителност най-близката във времето максимална западна елонгация на Венера е била на 15 януари 2009г. На 1 декември 2008г тя е била на ъглово отстояние, което е много слабо различаващо се от максималното възможно, защото около своите максимални елонгации вътрешните планети имат ъглова скорост на фона на

съзвездията приблизително равна на тази на Слънцето. С използваната точност, на практика не можем да измерим разликата.

Критерии за оценяване:

А) 6т.

- за количествено намиране на фазата на Луната – 2т.
- за правилен графичен метод, по който се намира ъгловото отстояние между Луната и Слънцето – 4т.

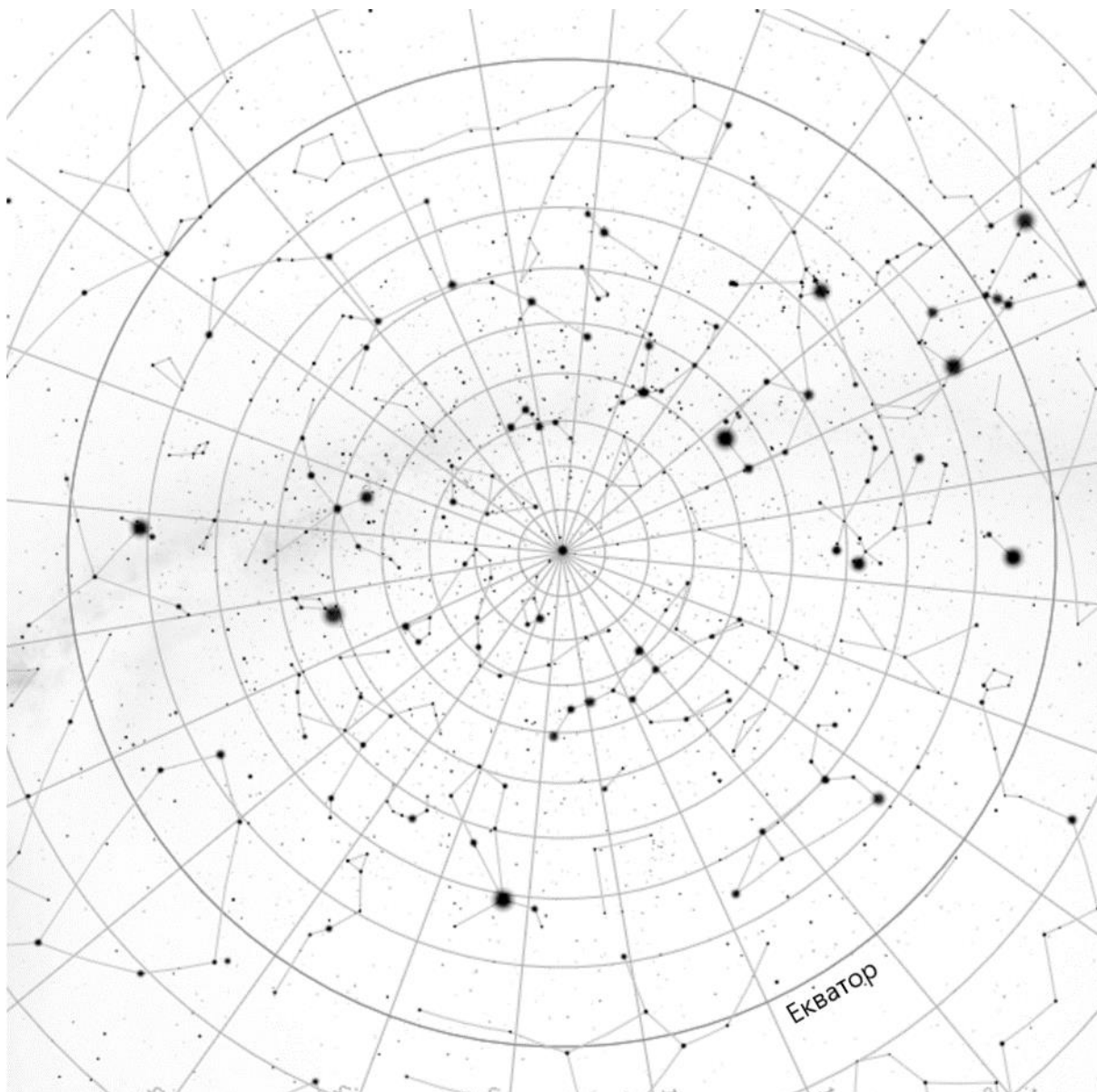
(Методът може да се различава от авторския, но ако е правилен и прецизно изпълнен, би следвало да се присъдят максимален брой точки).

Б) 3т.

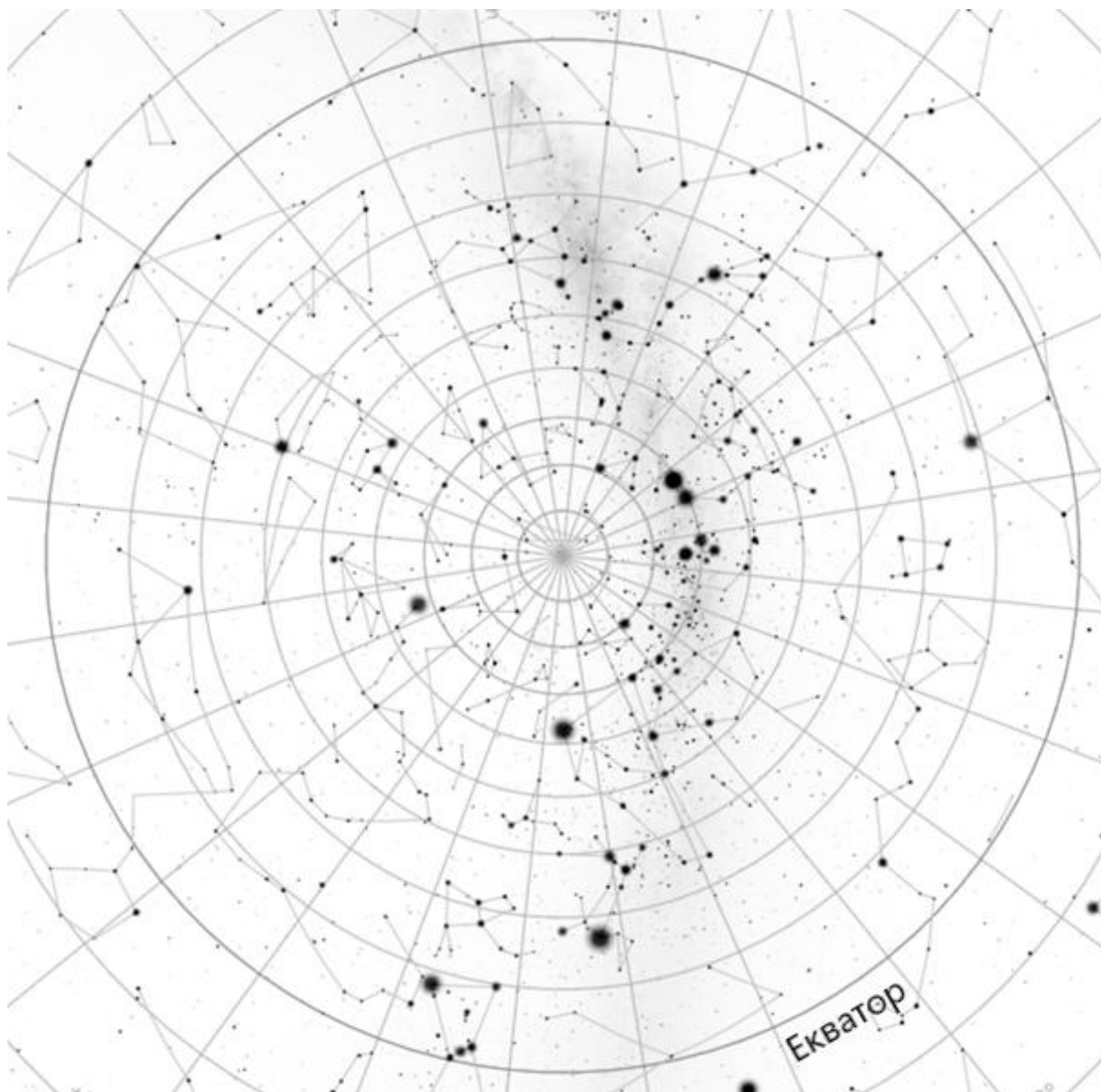
- за правилен метод за намиране на възрастта на Луната и правилен израз – 2т
- за верен числен отговор (съобразно полученото ъглово отстояние)– 1т.

В) 6т.

- за построяване на двете орбити в мащаб – 1т.
- за графично намиране на положението на Венера по нейната орбита – 1т.
- за съобразяване в каква конфигурация приблизително е Венера – 1т.
- за съобразяване на ъгъла между зрителния лъч и слънчевите лъчи – 1т.
- за правилни разсъждения относно фазата на Венера – 1т.
- за схема, на която фазата на Венера е показана – 1т.



Карта на северното звездно небе. Небесните паралели са през 10° .



Карта на южното звездно небе. Небесните паралели са през 10° .



Венера и Луната при окултацията на 1 декември 2008 г. – негативно изображение.