

III кръг, 6 юни 2021 г.

Ученици от 9-10 клас – решения

1 задача. Космическа разходка.

• **А)** Романтическият австралиеца от Мелбърн, когото познавате от задачата за втория кръг, се разхожда със своята приятелка на лунна светлина към 18 часа по местно време. Нарисувайте как изглежда за него фазата на Луната, ако пълнолунието се очаква да бъде след около седмица. В каква посока се вижда Луната?

• **Б)** Избройте две съзвездия, с които граничи съзвездието Андромеда. Не изброявайте повече от две съзвездия.

• **В)** Съвременният човек – Homo Sapiens – се е сформирал преди около 100 000 години. Съществувал ли е той по времето, когато е била излъчена светлината, пристигаща при нас сега от следните обекти:

- Плеядите;
- галактиката Андромеда;
- квазара 3C 273;
- кълбовидния звезден куп М13?

• **Г)** В кои съзвездия се намират звездите

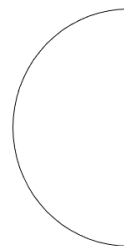
- Ригел;
- Алтаир;
- Спика?

• **Д)** Отговорете и обяснете дали можем да наблюдаваме метеори:

- от повърхността на Меркурий;
- от повърхността на Венера;
- от борда на Международната космическа станция?

Решение:

А) Една седмица преди пълнолуние Луната трябва да е във фаза около първа четвърт. За нас, жителите на северното полукълбо на Земята в такава фаза Луната се вижда като полукръг, обърнат с изпъкналата си страна надясно. Но за наблюдател от южното полукълбо тя ще изглежда така, както е показано на фигурата. При тази фаза Луната е в горна кулминация около 18 часа и романтичният австралиеца с неговата приятелка ще я виждат в посока север. **(3 т.)**



Б) Съзвездието Андромеда граничи с Персей, Касиопея, Гущер, Пегас, Триъгълник, Риби. Достатъчно е да се посочат две съзвездия. **(2 т.)**

В) Диаметърът на нашата Галактика е около 100 000 години. Следователно видът Homo Sapiens е съществувал по времето, когато е излъчена светлината, пристигаща сега до нас от който и да е обект от нашата Галактика. В това число се включват разсеяният звезден куп Плеяди (на разстояние около 450 светлинни години) и кълбовидният звезден куп М13 (отдалечен на около 22 000 светлинни години). Галактиката Андромеда е на разстояние около 2.5 милиона светлинни години, а квазарът 3C 273 е активно ядро на галактика и е отдалечен от нас на около 2.5 милиарда светлинни години. Светлината от

тези два обекта, идваща сега към нас, е излъчена преди появата на съвременния човек. (4 т.)

Г) Ригел е от съзвездието Орион, Алтаир е от съзвездието Орел, а Спика – от съзвездието Дева. (3 т.)

Д) От повърхността на Меркурий не могат да се наблюдават метеори, защото той няма атмосфера, в която метеорните тела да предизвикват светене. От повърхността на Венера също не могат да се виждат метеори. Те би трябвало да се появяват на значителна височина в плътната атмосфера на планетата и по-ниските слоеве, които са още по-плътни, няма да позволяват тези метеори да се наблюдават от повърхността. Международната космическа станция е в сравнително ниска орбита около Земята. Някои достатъчно ярки метеори, появяващи се в земната атмосфера, биха се виждали от борда на станцията. (3 т.)

2 задача. Свръхновата SN 1006. През 1006 година в съзвездието Вълк избухва най-ярката свръхнова, наблюдавана във второто хилядолетие. На приложеното изображение виждаме остатъка от това избухване – газова обвивка, разширяваща се със скорости до 7400 km/s спрямо центъра. Изображението е получено през 2013 г. с космическия рентгенов телескоп Chandra и представлява квадрат със страна 34 дъгови минути. Координатите за 1006 г. на центъра на мъглявината-остатък от взрива на свръхновата са били следните: ректасцензия $\alpha = 14^{\text{h}}00^{\text{m}}12^{\text{s}}$, деклинация $\delta = -37^{\circ}22'$.

- А) През 1006 г. явлението е било наблюдавано и описано от арабски и китайски астрономи. Най-северното документирано наблюдение е извършено в абатството Сент Гален, Швейцария, на $47^{\circ}25'$ северна географска ширина. На каква максимална височина над хоризонта се е виждала свръхновата оттам? През кой месец е избухнала свръхновата, ако наблюденията от Сент Гален са правени 2 часа след полунощ?

Приемете, че рефракцията на хоризонта е 35 дъгови минути.

- Б) Като приемете, че скоростта на разширение на мъглявината е постоянна, пресметнете нейния размер в парсеци. Определете разстоянието до нея.

Решение:

А) При наблюдение от Сент Гален ($\varphi = +47^{\circ}25'$) максималната височина на небесния екватор над хоризонта е $90^{\circ} - \varphi = 42^{\circ}35'$. В горна кулминация обект с деклинация $\delta = -37^{\circ}22'$ ще бъде на $37^{\circ}22'$ под най-високата точка от екватора. Височината на такъв обект е $h = 42^{\circ}35' - 37^{\circ}22' = 5^{\circ}13'$.

Рефракцията на хоризонта няма значение. На тази височина тя е около $9'$.

След като свръхновата е била наблюдавана много ниско на юг, трябва да е била близо до горна кулминация, следователно в 2 часа звездното време е било близко до ректасцензията на свръхновата – около 14^{h} . Тоест, в полунощ звездното време е било около 12^{h} , а ректасцензията на Слънцето – около 0^{h} . В такъв случай наблюденията трябва да са били извършени около пролетното равноденствие в края на март.

В действителност, наблюденията са правени около 1 месец по-късно, тъй като свръхновата избухва на 17 април. Март и април се считат за верни отговори.

(8т.)

Б) Свръхновата е избухнала през 1006 г., а изображението е от 2013 г. Времевият интервал е $t = 1007$ уг. Ако приемем, че за време t мъглявината-остатък от свръхновата се е разширявала с постоянна скорост $v = 7400$ km/s, линейният размер трябва да е:

$$d = 2vt$$

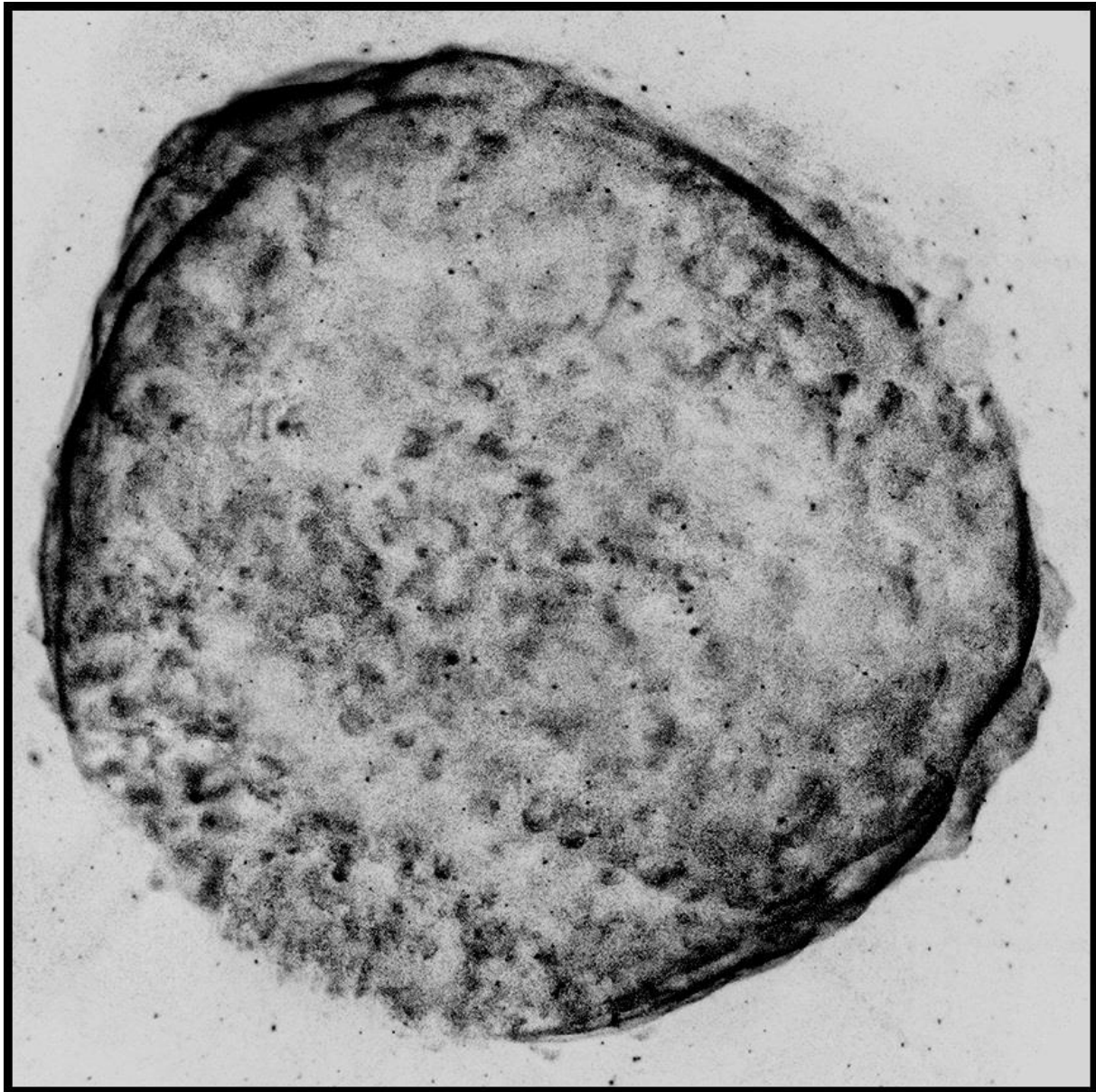
Превръщаме този размер в парсеци, като използваме съотношенията $1\text{pc} = 206265\text{ AU}$ и $1\text{AU} = 149.6 \times 10^6\text{ km}$. Получаваме $d = 15.2\text{ pc}$.

Измерваме няколко диаметъра на остатъка от свръхновата по изображението и след като използваме мащаба, намираме за ъгловия диаметър $\delta = 31.0'$. Разстоянието до обекта изчисляваме по формулата:

$$r = d/\delta$$

Получаваме $r = 1700\text{ pc}$. Според съвременните оценки истинската стойност е около 2200 pc .

(7т.)



Мъглявината-остатък от свръхновата SN 1006.

3 задача. Най-самотният космонавт. Космическият кораб Аполо 11 е навлязъл в орбита около Луната на 19 юли 1969 г. в $17^{\text{h}}21^{\text{m}}50^{\text{s}}$ UT. От кораба се отделя лунният модул с астронавтите Нийл Армстронг и Едуин Олдрин, които стават първите хора, стъпили на Луната. Командният модул остава в орбита около Луната с третия член на екипажа Майкъл Колинз. По-късно лунният модул стартира от повърхността на Луната

и се скачва с командния модул. Корабът Аполо 11 излита от своята окололунна орбита и се отправя към Земята на 22 юли в 04^h55^m42^s UT.

- А) Средната височина на орбитата на кораба е била 111.65 km. Колко обиколки около Луната е направил той?

- Б) Докато Майкъл Колинз е бил сам в командния модул около Луната, някои са го наричали „най-самотния човек на света“. Разгледайте дадената ви схема. Намерете приблизително с каква продължителност са били интервалите, в които той се е намирал в „радиосянката“ на Луната и не е могъл да поддържа комуникация със Земята. Приемете, че орбитата на командния модул лежи в равнината на лунната орбита около Земята. Не правете измервания върху схемата, защото тя не е в точен мащаб.

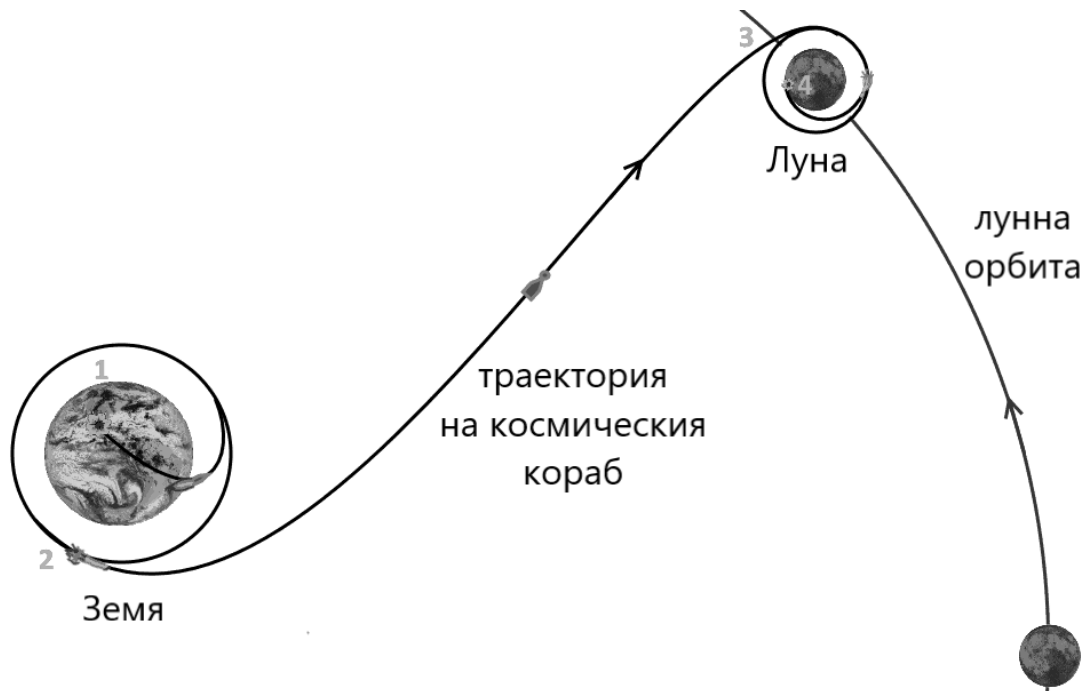
Справочни данни:

Радиус на Луната 1737 km

Маса на Луната 7.35×10^{22} kg

Сидеричен лунен месец 27.32 денонощия

Гравитационна константа $6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \text{kg} \cdot \text{s}^2$



Решение:

От представената в условието схема става ясно, че космическият кораб навлиза в орбита около Луната, по която той се движи в посока противоположна на посоката на движение на Луната по орбитата ѝ и на въртенето около оста ѝ.

За да намерим броя на обиколките ще пресметнем пълното време Δt на пребиваване на кораба върху орбитата около Луната и ще го разделим на времето T_0 за което корабът прави една обиколка по орбитата. Нека момента на навлизане в орбита означим с t_1 , а момента на напускане на орбитата – с t_2 . Тогава продължителността на пребиваване върху орбитата е $\Delta t = t_2 - t_1 = 2^{\text{d}} 11^{\text{h}} 33^{\text{m}} 52^{\text{s}} = 214432 \text{ s}$ (секунди).

Нека приемем, че средната скорост на движение по орбитата е кръговата скорост на средната височина над повърхността на планетата:

$$v_0 = \sqrt{\frac{\gamma M_L}{r_0}} = 1628.468 \text{ m/s}$$

В тази формула γ е гравитационната константа, M_L е масата на Луната, $r_0 = R_L + h = 1848650 \text{ m}$ е средният радиус на орбитата на кораба около Луната, h е средната височина на кораба над лунната повърхност, а R_L е радиусът на Луната. Дължината на орбитата l_0 може да изразим чрез радиуса на орбитата и чрез скоростта и времето T_0 , необходимо за една обиколка: $l_0 = 2\pi r_0 = T_0 v_0$. Тогава:

$$T_0 = \frac{2\pi r_0}{v_0}$$

Може да пресметнем T_0 :

$$T_0 = 1^h 58^m 52^s 7 = 7132.7 \text{ s}$$

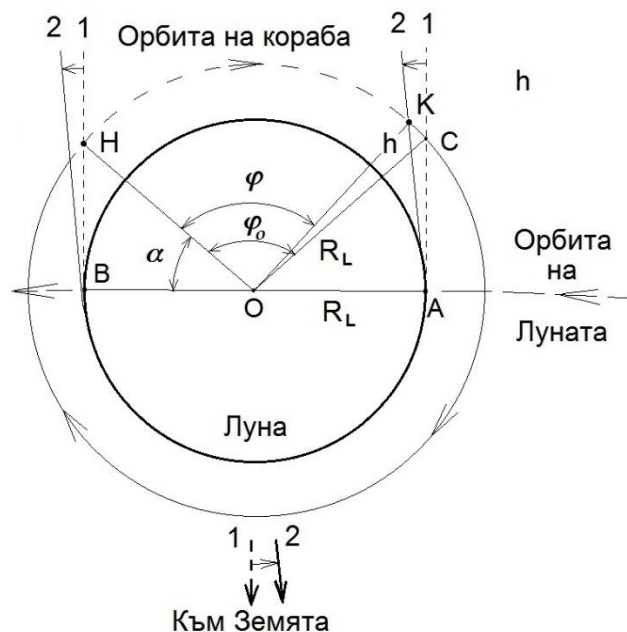
За броя на обиколките N намираме:

$$N = \frac{\Delta t}{T_0} = \frac{\Delta t v_0}{2\pi r_0} = 30.063 \approx 30$$

Получаваме, че корабът е направил съвсем малко повече от 30 обиколки. Броят на обиколките може да бъде изразен и чрез първоначално зададените в условието величини:

$$N = \frac{(t_2 - t_1)}{2\pi} \sqrt{\frac{\gamma M_L}{(R_L + h)^3}}$$

Понеже не знаем къде са били разположени комуникационните антени по Земята и с кои от тях е било възможно, поради въртенето на Земята, да се поддържа връзка с командния модул, то ще приемем, че зоната на радиосвянката е била с размери равни на диаметъра на Луната. Корабът се е движел по орбита на височина h . На схемата е показана Луната, част от орбитата на Луната и посоката в която тя се движи, орбитата на кораба, посоката в която корабът се движи по орбитата си и невидимата в началния момент зона от орбитата, ограничена от двете пунктирни линии, които отсичат от орбитата участък с централен ъгъл φ_0 . За да определим на колко е равен този ъгъл, трябва да намерим и допълнителния ъгъл α , който се среща в двата еднакви правоъгълни триъгълника ОАС и ОВН.



Ъгъл α може да намерим от всеки от двата правоъгълни триъгълника, понеже знаем големините на един от катетите и на хипотенузата, които са равни, съответно, на R_L и $(R_L + h)$.

$$\alpha = \arccos \frac{R_L}{(R_L + h)} = 20^\circ.015 \approx 20^\circ$$

$$\varphi_0 = 180^\circ - 2\alpha = 139^\circ.97 \approx 140^\circ$$

Ако разделим този ъгъл на 360° , ще определим каква част от орбитата си е изминал корабът, докато е преминавал невидимия участък: $\varphi_0 / 360^\circ = 0.3888$. Логично е да очакваме, че ако умножим това число по периода на движение на кораба по орбитата, ще получим интервала от време през който корабът е бил в радиосянка за Земята. Това би било вярно ако Луната не се движише по орбитата си. Тя, обаче, се движи и прави една обиколка около Земята за сидеричния си период $T_{LSid} = 27^d.32$ (деноноция). Понеже дадените орбитни параметри и за кораба, и за Луната са сидерични, т.е. относно звездите, то в система свързана с тях направлението от Земята към Луната също ще прави една обиколка за период от време равен на $27^d.32$. Докато корабът се движи в радиосянката, зоната на радиосянката ще се върти, относно система свързана със звездите, в посока противоположна на движението на кораба, от положение 1 към положение 2, означени на фигурата. *Обърнете внимание, че движенията на кораба около Луната и на Луната около Земята по никакъв начин не са свързани с околоосното въртене на Луната, вследствие на което тя остава обърната към Земята приблизително с едната си страна.* Следователно, относно звездите корабът ще опише по-малка дъга по орбитата си, отговаряща на ъгъл φ . Ние, обаче, няма да търсим този ъгъл, а понеже познаваме сидеричните периоди и на кораба, и на орбиталното движение на Луната, ще сменим отправната система и ще преминем към координати свързани с линията Земя-Луна. В тази система корабът в радиосянката отново ще опише дъга съответстваща на централен ъгъл φ_0 , но ще се движи вече с различен период относно тази линия, т.е. с различна ъглова скорост. Може да използваме формулата за синодичен и сидеричен период, но трябва да не забравяме, че пресечната точка на линията Земя-Луна с орбитата на кораба се върти относно движението на кораба в противоположна посока. Следователно ще използваме следната формула за синодично движение:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} + \frac{1}{T_{LSid}}$$

$$T = \frac{T_0 T_{LSid}}{T_0 + T_{LSid}}$$

където T е синодичният период на кораба относно линията Земя-Луна, T_0 е сидеричният период на кораба по орбитата му, а T_{LSid} е сидеричният период на Луната по нейната орбита. *Знакът плюс във формулата отразява факта, че ъгловите скорости, когато имаме противоположно движение на обекта и „наблюдателя“, се събират.*

Пресмятаме и получаваме, че $T = 1^h.97533 = 1^h58^m31^s.2 = 7111.2 \text{ s}$.

Тогава за времето $\Delta\tau$, през което има радиосянка, получаваме:

$$\Delta\tau = \frac{\varphi_0}{360^\circ} T = 46^m04^s.9 = 2764.9 \text{ s} \approx 2765 \text{ s}$$

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За отбелязване на факта, че корабът се движи в обратна посока около Луната – 2 т.

За правилна математическа постановка на задачата за броя на обиколките около Луната – 3 т.

За верен числен резултат относно броя на обиколките около Луната – 1 т.

За правилни разсъждения относно невидимата част от орбитата – 2 т.

За правилни разсъждения и математическа постановка на задачата за продължителност на интервала от време на невидимост на кораба от Земята – 6 т.

За верен числен резултат – 1 т.

4 задача. Proxima c. През 2018 г. е открита втора планета около най-близката до нас звезда Проксима от съзвездие Центавър. Дадено ви е изображение с две положения на тази планета по нейната орбита около звездата.

- **А)** Направете нужните измервания върху изображението и определете приблизително разстоянието на планетата до звездата в астрономически единици и нейния орбитален период. Паралаксът на Проксима е $0.768''$ (дъгови секунди).

- **Б)** Болометричната светимост на звездата Проксима (мощността на излъчване в целия спектър на електромагнитните вълни) е 0.0017 части от светимостта на Слънцето. Намерете отношението на лъчистата енергия от Проксима, която пада за единица време върху единица площ на планетата към лъчистата енергия от Слънцето, падаща за единица време върху единица площ на Земята.

- **В)** Пресметнете същото отношение, като използвате видимата визуална звездна величина на Проксима $m = 11.13^m$ и видимата визуална звездна величина на Слънцето $m_{\odot} = -26.8^m$. Обяснете разликата, която се получава. Един парсек е приблизително равен на 206265 астрономически единици.

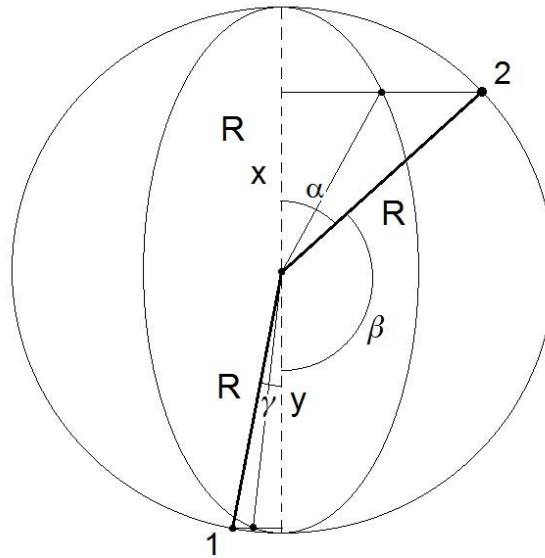
- **Г)** Установено е, че планетата, открита около Проксима, има маса сравнима с масата на Нептун. Коментирайте възможността тази планета да е обитаема.

Решение:

Забелязваме, че звездата се намира почти точно в центъра на построената елипса на орбитата на планетата. Това означава, че видимата елиптична форма на орбитата е следствие на това, че равнината на орбитата е наклонена към зрителния лъч, а в действителност орбитата е почти кръгова. В противен случай Проксима щеше да се намира не в центъра на елипсата, а силно изместена настрани, примерно около някой от фокусите на елипсата. Единствената възможност да виждаме звездата в центъра на елипсата е истинската форма на орбитата на планетата да е окръжност, или много близка до окръжност.

На фигурата е показана освен елипсата на видимия на небето път на планетата и вероятната истинска форма на орбитата, която е много близка до окръжност. На представената схема кръговата орбита е завъртяна на някакъв ъгъл около един от диаметрите, изобразен с пунктирна линия. Виждаме, че в така построената елиптична проекция на кръговата орбита, този диаметър се разполага върху голямата ос на елипсата. Следователно голямата ос на елипсата е равна на диаметъра на кръговата орбита на планетата, а голямата полуос на елипсата е равна на радиуса на орбитата на планетата. Ако построим голямата ос и проектираме положенията на планетата върху нея, чрез отсечки перпендикулярни на оста, ще получим отсечките y и x . Те са катети в правоъгълни триъгълници, в които хипотенузите са равни на радиуса на кръговата орбита, която от своя страна е равна на голямата полуос на елипсата. От тези правоъгълни триъгълници може да определим ъглите α и γ . От схемата става ясно, че

ъгъл $\beta = 180^\circ - \alpha$, а ъгълът, на който се е завъртяла планетата, от точка **1** до точка **2** за около 2 години, е равен на сумата от ъглите γ и β : $\varphi = \gamma + \beta = \gamma + 180^\circ - \alpha$.



Върху даденото изображение измерваме голямата ос на елипсата и намираме, че голямата полуос (и следователно радиусът на орбитата) е $R = 44.3\text{mm}$. От дадените положения на планетата спускаме перпендикуляри към голямата ос и измерваме получените отсечки x и y : $x = 28.2\text{ mm}$, $y = 43.8\text{ mm}$.

От правоъгълните триъгълници определяме ъглите α и γ :

$$\alpha = \arccos \frac{x}{R} = 50^\circ.46$$

$$\gamma = \arccos \frac{y}{R} = 8^\circ.62$$

$$\varphi = \gamma + \beta = \gamma + 180^\circ - \alpha = 138^\circ.16$$

Ъгъл φ е изминат за $\Delta T = 2$ години. Следователно 1 обиколка планетата прави за:

$$T = \frac{360^\circ}{\varphi} \Delta T = 5.21 \text{ години}$$

Дължината на мащабната линейка с ъглов размер 1 дъгова секунда равна на $m = 40\text{ mm}$. Паралаксът на Проксима е $\pi = 0''.768$. Под такъв ъгъл се вижда 1 au. Следователно ъглов размер от $1''$ ще съответства на $m_{au} = 1/\pi'' = 1.302\text{ au}$. За радиуса на орбитата получихме, че е $R = 44.3\text{mm}$. Тогава радиусът на орбитата в астрономически единици ще бъде:

$$R_{au} = \frac{R}{m} m_{au} = 1.44\text{ au}$$

Осветеностите E_{Px} и E_{Sol} , които създават съответно Проксима върху повърхността на планетата и Слънцето върху Земята, са право пропорционални на светимостите L_{Px} и L_{Sol} на Проксима и Слънцето и обратно пропорционални на квадратите на разстоянията r_{Px} и r_{Sol} от Проксима до планетата и от Слънцето до Земята:

$$\frac{E_{Px}}{E_{Sol}} = \frac{L_{Px}}{L_{Sol}} \cdot \frac{r_{Sol}^2}{r_{Px}^2} = 0.0017 \cdot \frac{r_{Sol}^2}{r_{Px}^2} = 0.0017 \cdot \frac{1^2}{(1.44)^2} = 0.00082 = 8.2 \cdot 10^{-4}$$

Разстоянията от звездите до планетите са дадени в астрономически единици.

Сравняването на осветеностите във визуалната част на видимата област на спектъра ще извършим като първо сравним визуалните светимости на звездите. Те са пропорционални на осветеностите, когато звездите са поставени на едно и също разстояние. Нека това е стандартното разстояние от 10 pc. Първо определяме разстоянието до Проксима в парсеци и астрономически единици:

$$r = 1/\pi = 1.302 \text{ pc} = 1.302 \times 206265 \text{ au} = 268578 \text{ au} \approx 269000 \text{ au}.$$

Ще определим абсолютните визуални звездни величини:

$$M_{VSol} = m_{VSol} + 5 - 5 \cdot \lg r_{Sol} = 4^m.772$$

$$M_{VPx} = m_{VPx} + 5 - 5 \cdot \lg r'_{Px} = 15^m.557$$

Тук $r_{Sol} = 1 \text{ au} = (1/206265) \text{ pc}$, обаче $r'_{Px} = 1.302 \text{ pc}$ (разстоянието, на което визуалната звездна величина е равна на 11.13). С m_{VSol} и m_{VPx} сме означили видимите визуални звездни величини на Слънцето и на Проксима.

От разликата в абсолютните визуални звездни величини преминаваме към отношението на визуалните светимости:

$$\frac{E'_{Px}}{E'_{Sol}} = \frac{L'_{Px}}{L'_{Sol}} = 10^{0.4(M_{VSol} - M_{VPx})} = 0.0000485 = 4.85 \times 10^{-5}$$

Но планетите са на различно разстояние от звездите. Затова умножаваме това отношение по рицепрочните стойности на квадратите на разстоянията на планетите от звездите:

$$\frac{E'_{Px}}{E'_{Sol}} \cdot \frac{r_{Sol}^2}{r_{Px}^2} = 4.85 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{1^2}{1.44^2} = 2.33 \cdot 10^{-5}$$

Отношението на визуалните осветености е:

$$\frac{E''_{Px}}{E''_{Sol}} = \frac{E'_{Px}}{E'_{Sol}} \cdot \frac{r_{Sol}^2}{r_{Px}^2}$$

$$\frac{E_{Px}}{E_{Sol}} = 35.2 \frac{E''_{Px}}{E''_{Sol}}$$

Тук със секунд сме означили осветеностите върху планетите във визуалната област.

Виждаме, че отношението на болометричните осветености е над 35 пъти по-голямо то отношението на визуалните осветености. Причината е в това, че Проксима е червена звезда с много ниска температура. Тя излъчва огромна част от енергията си в инфрачервената област. Затова във визуалната област тази звезда има много слаб блясък.

До планетата достига изключително малко енергия. Тя не е достатъчна да поддържа живот на повърхността нито на планетата, нито на някой неин спътник.

Възможни са само примитивни, най-вероятно едноклетъчни, форми на живот на спътник със силно вътрешно приливно триене и наличен подземен океан от течна вода.

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За правилни разсъждения и отбелязване на факта, че орбитата на планетата е много близка до кръговата – 2 т.

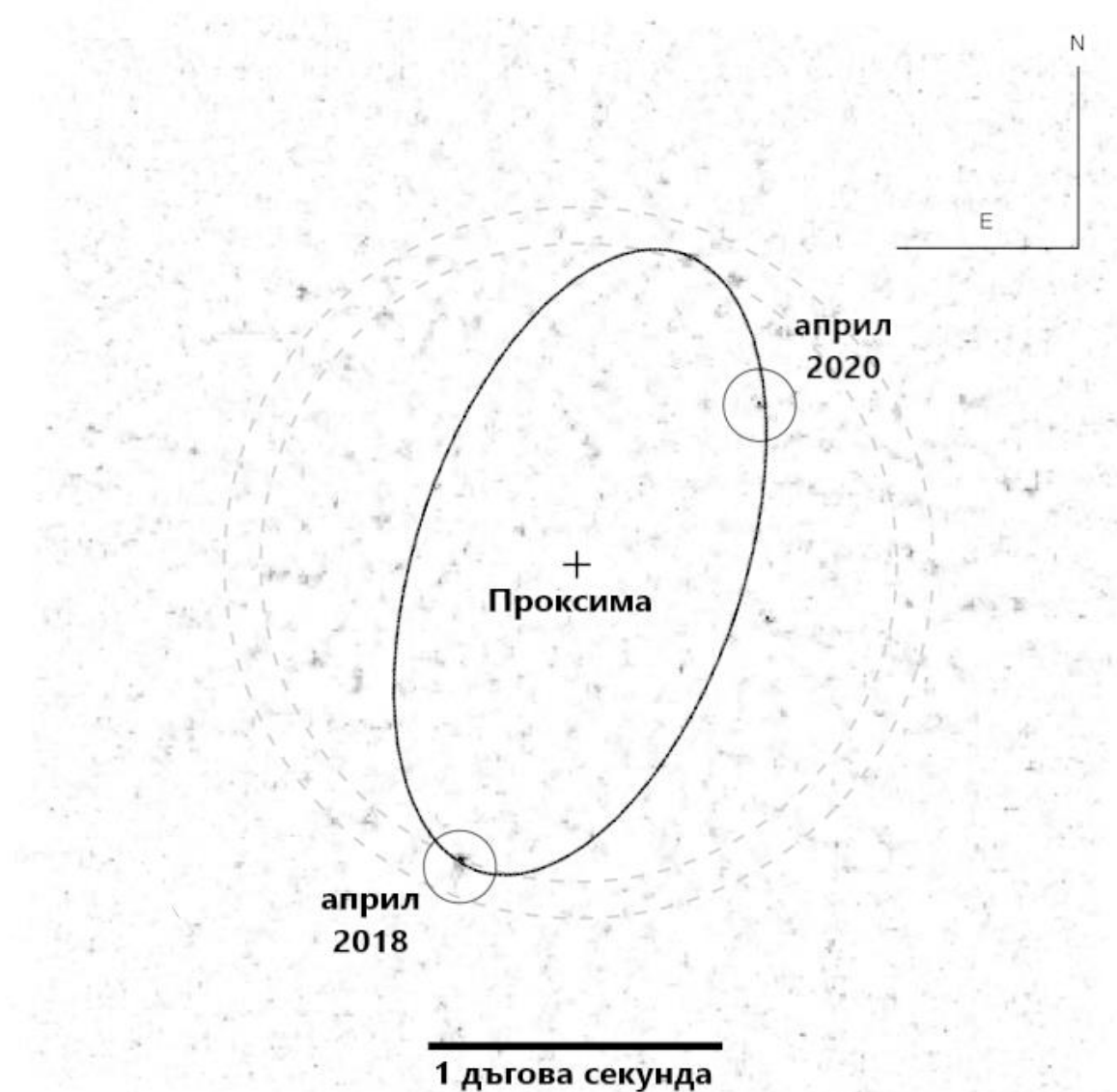
За правилна математическа постановка на задачата за определяне на периода на обикаляне на планетата около Проксима – 3 т.

За верен числен резултат – 1 т.

За правилни разсъждения и математическа постановка на задачата относно болометричните осветености и верен числен резултат – 3 т.

За правилни разсъждения и математическа постановка на задачата за осветеностите във визуалната област, верен числен резултат и обяснение – 5 т.

За правилни разсъждения относно възможността за обитаемост на планетата – 1 т.



5 задача. Максимални елонгации.

• А) Кой интервал от време е по-дълъг за вътрешните планети – от момента на максималната източна елонгация до максималната западна елонгация (T_{EW}) или от момента на максималната западна елонгация до максималната източна елонгация (T_{WE})?

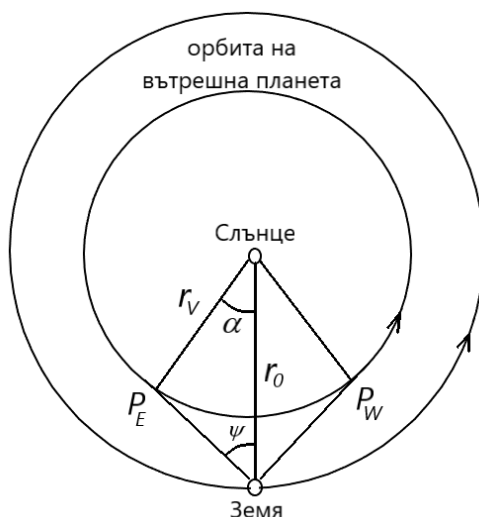
• Б) Да си представим астероид, който се движи около Слънцето по кръгова орбита с радиус 0.5 астрономически единици. Определете съотношението T_{EW} / T_{WE} за този астероид.

Дадена ви е графика, която показва моментите на максимална източна и западна елонгация за една от вътрешните планети. Както е известно, около тези моменти са най-благоприятните периоди за наблюдение на планетата. Тогава тя е на максимално видимо ъглово отстояние ψ от Слънцето за земния наблюдател. Разгледайте графиката. Видимото ъглово отстояние на планетата в максимална елонгация е отбелязано с редуващи се положителни и отрицателни стойности на ъгъла ψ .

• В) Направете необходимите измервания по графиката и определете големината на ъгъла ψ в максимална елонгация.

• Г) Намерете радиуса на орбитата на планетата в астрономически единици. Коя е тази планета?

Решение:



На схемата с P_E и P_W са означени съответно точките на източна и на западна елонгация на вътрешната планета или на астероида. Вътрешната планета се движи около Слънцето с по-голяма скорост, отколкото Земята. Около позицията на долно съединение тя ще „задминава“ Земята и следователно:

$$T_{EW} < T_{WE}$$

Нека $r_V = 0.5$ AU да бъде радиусът на орбитата на астероида, а $r_0 = 1$ AU да е орбиталният радиус на Земята. За ъгъла α можем да напишем:

$$\cos \alpha = \frac{r_V}{r_0}$$
$$\alpha = 60^\circ$$

От момента на максимална източна елонгация до максималната западна елонгация астероидът изминава ъгъл $2\alpha = 120^\circ$ по своята орбита. Това е неговото движение относно Земята и ако искаме да намерим интервала T_{EW} в абсолютни единици за време, трябва да използваме синодичния период на астероида. За време, равно на T_{WE} , астероидът изминава по своята орбита ъгъл $360^\circ - 2\alpha = 240^\circ$. Следователно:

$$\frac{T_{EW}}{T_{WE}} = \frac{120^\circ}{240^\circ} = \frac{1}{2}$$

Тъй като интервалът T_{EW} е по-кратък от T_{WE} , от графиката за планетата можем да направим заключението, че положителните стойности на ъгъла ψ съответстват на моментите на максимална западна елонгация, а отрицателните – на източна елонгация. Чрез измерване по хоризонталната ос на съответните интервали можем да получим, че за въпросната планета:

$$\frac{T_{EW}}{T_{WE}} \approx 0.324$$

От фигурата е ясно, че:

$$\frac{T_{EW}}{T_{WE}} = \frac{2\alpha}{360^\circ - 2\alpha}$$

Оттук намираме:

$$\alpha = 180^\circ \cdot \frac{T_{EW}}{T_{EW} + T_{WE}} \approx 44^\circ$$

Накрая за ъгъла ψ получаваме:

$$\psi = 90^\circ - \alpha = 46^\circ$$

Радиусът на орбитата на планетата е:

$$r_V = r_0 \cos \alpha \approx 0.72 \text{ AU}$$

Следователно планетата е Венера.



Критерии за оценяване (общо 15 т.):

За отговор на въпроса кой интервал е по-дълъг и обяснение – 4 т.

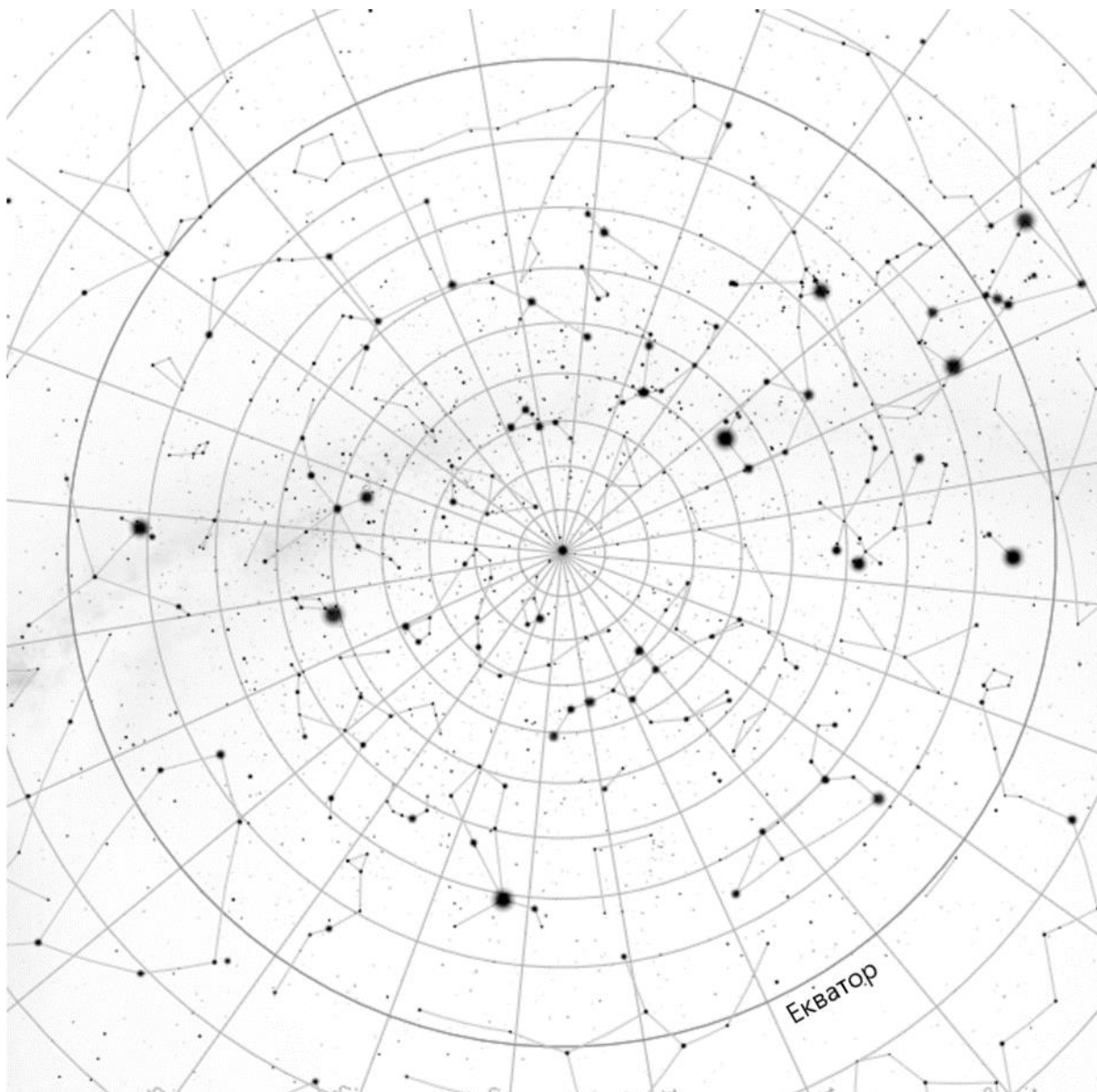
За правилен метод за определяне на съотношението T_{EW} / T_{WE} за астероида и верен числен отговор – 4 т.

За правилен метод за определяне на ъгъла ψ и измервания по графиката – 3 т.

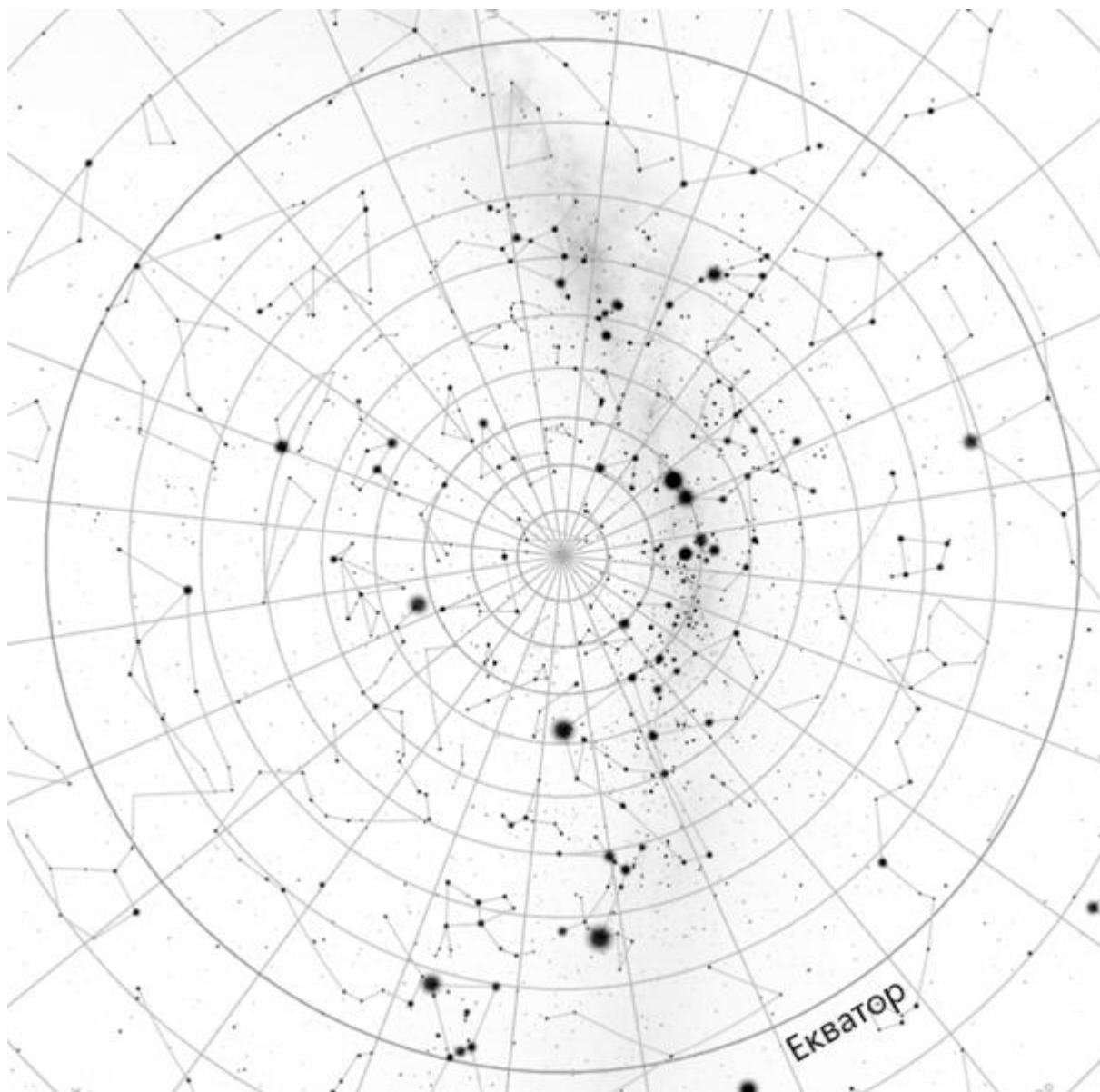
За верен числен отговор – 1 т.

За определяне на радиуса на орбитата на планетата – 2 т.

За отговор коя е планетата – 1 т.



Карта на северното звездно небе. Небесните паралели са през 10° .



Карта на южното звездно небе. Небесните паралели са през 10° .