

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
XXVI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Областен кръг на олимпиадата по астрономия

17 февруари 2023 г.

Възрастова група XI-XII клас – решения

1 задача. Кометата Хиакутаке. Дадена ви е звездна карта, на която е показан видимият път на кометата Хиакутаке при преминаването ѝ близо до Земята през 1996 г. До различните положения на кометата в 0h UT са отбелязани съответните дати.

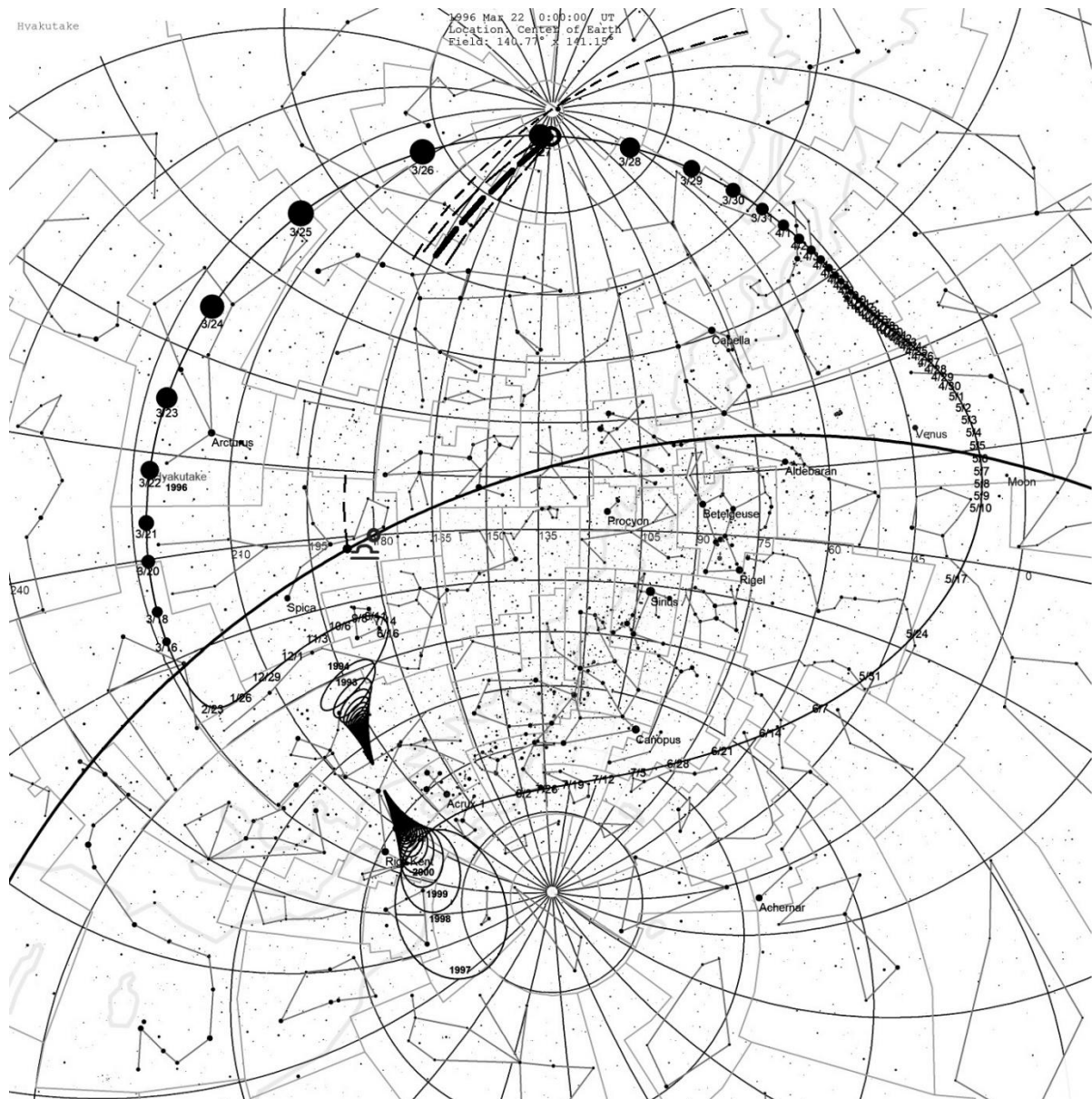
- **А)** На коя дата кометата се е наблюдавала най-близо до Полярната звезда?
- **Б)** Нарисувайте на картата положението на кометата, когато тя е била най-близо до Полярната звезда, и приблизителната ориентация на опашката на кометата в този момент. Обяснете вашето решение.
- **В)** На същата дата разстоянието от Земята до Слънцето е било 0.998 астрономически единици, а разстоянието от кометата до Слънцето е било 1.004 астрономически единици. Определете приблизително разстоянието от кометата до Земята. Пояснете вашите разсъждения с подходяща схема.

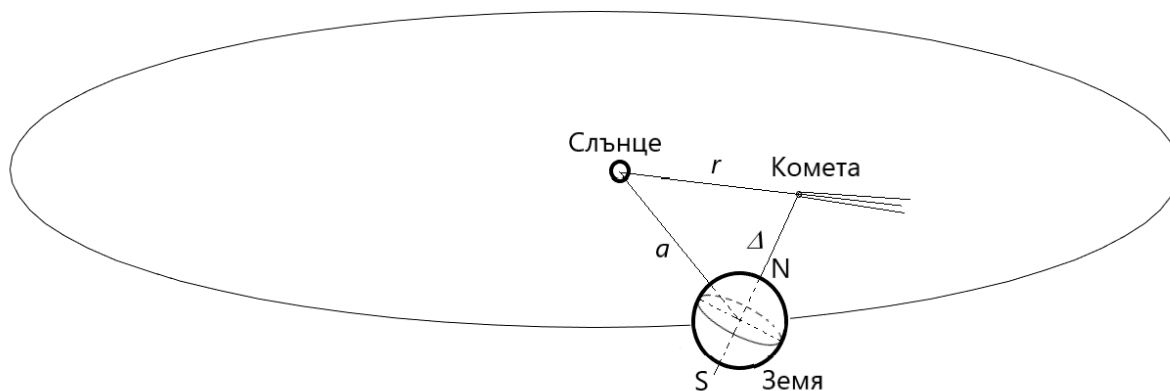
Решение:

Както се вижда на картата, кометата е била най-близо до Полярната на 27 март 1996 г. По видимия път на картата нанасяме точка, в която главата на кометата се е намирала най-близо до Полярната звезда. Опашката на кометата трябва да е насочена в посока обратна на посоката към Слънцето. Тъй като пролетното равноденствие е на 20 или 21 март, то на 27 март Слънцето се е намирало на около 6° - 7° източно от пролетната равноденствена точка. Следователно кометната опашка трябва да сочи към точка от еклиптиката, която е на около 6° - 7° източно (наляво, по посока на нарастване на ректасцензията) от есенната равноденствена точка. Но не можем да рисуваме кометната опашка като права отсечка, насочена по направление към тази точка, защото картата е равнинна проекция на небесната сфера. Ние трябва да се съобразим с кривината на небесните меридиани, показани на картата и да нанесем приблизително направлението на кометната опашка.

Ако кометата беше точно в северния небесен полюс, то опашката ѝ щеше да лежи почти точно по направление на небесния меридиан, който на картата е маркиран частично с прекъсната линия от тънки къси щрихи. Той минава през моментното положение на Слънцето, на около 6° - 7° източно от пролетната равноденствена точка, през полюса и през противоположната на Слънцето точка. Кометата, обаче, не е точно в полюса, а е изместена леко настрани. Мислено прекарваме през нея голям кръг, който също минава през моментното положение на Слънцето и през противоположната на Слънцето точка. Там големият кръг на кометата се пресича с описания меридиан. Максималното раздалечаване на двата кръга е недалеч от полюса и от кометата. В областта на максимално раздалечаване двата кръга са почти успоредни един на друг върху небесната сфера. Затова започваме да рисуваме

опашката на кометата, като тръгваме успоредно на помощния меридиан и продължаваме към есенната равноденствена точка движейки се покрай меридиана и постепенно се приближаваме към него, защото двата големи кръга се пресичат върху еклиптиката. Резултатът е представен на картата с големи черни щрихи, които започват от главата на кометата, която на картата е начертана с кръгче, чийто център е в най-близката до полюса точка от пътя на кометата върху небесната сфера. Покрай тях с по-тънки щрихи е очертана вероятната зона на разположение на опашката.





За да определим разстоянието от Земята до кометата, ще приемем две приближения. Първо, ще считаме, че кометата е приблизително в северния небесен полюс и следователно тя се намира върху продължението на земната ос. Второ, датата 27 март е много близо до пролетното равноденствие. В момента на пролетното равноденствие земната ос е перпендикулярна на линията Земя-Слънце и ние ще считаме, че на 27 март ъгълът Слънце-Земя-Комета е много близък до 90° . Тогава, ако a е разстоянието от Земята до Слънцето, r е разстоянието от кометата до Слънцето, а Δ е разстоянието от Земята до кометата, то можем да използваме Питагоровата теорема:

$$r^2 = a^2 + \Delta^2$$

Оттук получаваме:

$$\Delta = \sqrt{r^2 - a^2} \approx 0.11 \text{ au}$$

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За нанасяне на положението на кометата – 1 т.

За правилни разсъждения за посоката на опашката на кометата – 3 т.

За нанасяне на опашката на картата – 2 т.

За обосновка на метода за определяне на разстоянието Земя-комета – 4 т.

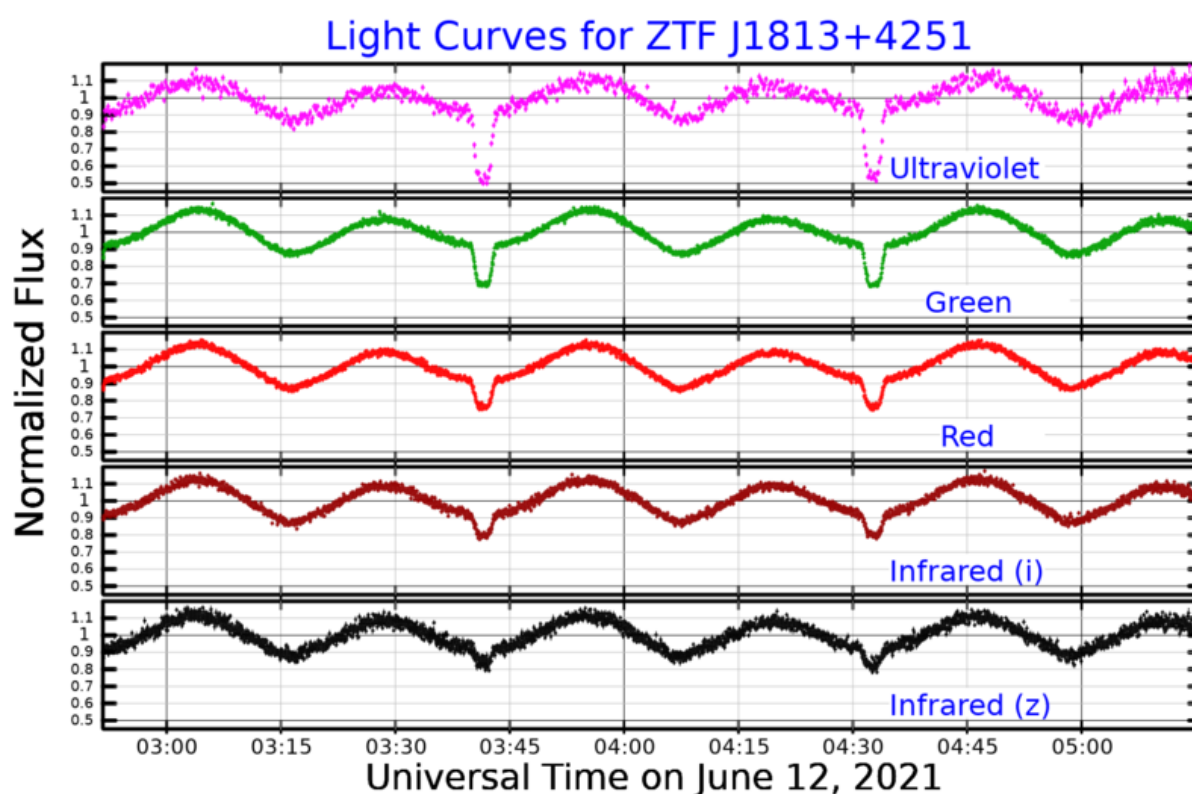
За правилно пресмятане – 2 т.

2 задача. ZTF J1813+4251. Двойната звездна система ZTF J1813+4251 се състои от бяло джудже и една доста необикновена звезда, от която към бялото джудже изтича вещество. В таблицата са дадени масите, радиусите и температурите на двете компоненти.

Компонента	Маса в слънчеви маси	Радиус в слънчеви радиуси	Температура
Бяло джудже	0.562	0.01374	12600 K
Звезда	0.1185	0.1017	6000 K

Орбиталният период на системата е 51.16 минути.

- А) Защо според вас звездата, при такава малка маса, е толкова гореща?
- Б) Намерете разстоянието между двете компоненти. С какво познато космическо разстояние бихте го сравнили? Масата на Слънцето е 2×10^{30} kg, гравитационната константа е равна на $6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg.s}^2$.
- В) Определете отношението на светимостите на двете компоненти.
- Г) Системата се наблюдава като затъмнително двойна звезда. Дадени са ви кривите на блясъка в различни спектрални диапазони. Обяснете защо е толкова различна амплитудата на изменение на блясъка по време на главните минимуми в ултравиолетови (UV) и в инфрачервени (IR) лъчи.
- Д) Опитайте се да обясните защо във времето извън главните минимуми в кривата на блясъка няма хоризонтални участъци и във всички спектрални области формата ѝ е еднаква.



Решение:

Ако говорим за звездите от Главната последователност на диаграмата на Херцшпрунг-Ръсел, то действително на този еволюционен стадий колкото те са по-масивни, толкова тяхната температура е по-висока. Звездите с малка маса са хладни. В нашия случай звездата има маса типична за червените джуджета, а нейната температура е близка до тази на Слънцето. Но тук става въпрос за звезда, чиято еволюция е протичала в двойна система при активно взаимодействие между двете компоненти. Другата компонента вече е стигнала до финалния стадий на своя живот и е станала бяло джудже. Като имаме предвид изключително краткия орбитален период на компонентите, веднага разбираме, че те са на извънредно малко разстояние една от друга. *Вероятно, когато по-масивната звезда е била червен гигант, по-малката звезда е била потопена в неговата атмосфера. Това е допринесло за загубата на външните слоеве на звездата, особено на*

фазата на интензивно изхвърляне на вещество от атмосферата на червения гигант. При това, както е казано и в условието, вещество от звездата и в момента продължава да изтича към бялото джудже. Този процес е протичал толкова дълго и активно, че звездата вече се е лишила от своите по-горни слоеве и от нея е останало ядрото, което естествено би трябвало да бъде достатъчно горещо.

Разстоянието r между двете компоненти ще намерим от третия закон на Кеплер:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G(M_{WD} + M_S)}{4\pi^2}$$

където T е орбиталният период, G е гравитационната константа, а M_{WD} и M_S са съответно масите на бялото джудже и на звездата.

$$r = \sqrt[3]{\frac{G(M_{WD} + M_S)T^2}{4\pi^2}}$$

$$r \approx 278.78 \times 10^3 \text{ km}$$

Това разстояние е сравнимо с разстоянието от Земята до Луната.

Означаваме с L_{WD} , R_{WD} и T_{WD} съответно светимостта, радиуса и температурата на бялото джудже, а с L_S , R_S и T_S същите величини за звездата. Отношението на светимостите на двете компоненти ще бъде:

$$\frac{L_{WD}}{L_S} = \frac{4\pi R_{WD}^2 \sigma T_{WD}^4}{4\pi R_S^2 \sigma T_S^4}$$

където σ е константата на Стефан-Болцман.

$$\frac{L_{WD}}{L_S} = \frac{R_{WD}^2 T_{WD}^4}{R_S^2 T_S^4} \approx 0.35$$

Реципрочната стойност на това съотношение е приблизително 2.8.

Общата светимост на звездата е около 2.8 пъти по-висока от тази на бялото джудже. Но главните минимуми в кривата на блясъка се получават не когато бялото джудже е пред звездата, а когато звездата закрива бялото джудже, защото то е по-горещо и излъчването от единица площ от неговата повърхност е по-мощно. Тъй като температурата на бялото джудже е твърде висока, то много по-значителна част от неговото излъчване е в ултравиолетовия диапазон на спектъра, отколкото в инфрачервения. Затова, когато то бъде закрито от звездата, се получават доста по-дълбоки главни минимуми в кривата на блясъка при наблюдение в ултравиолетови лъчи, отколкото в инфрачервени лъчи.

Тъй като бялото джудже е около 7.5 пъти по-малко по диаметър от звездата, при преминаването си пред звездата то закрива много малка част от нея. Като имаме предвид и факта, че звездата е по-хладна, стигаме до извода, че общият блясък на двойната система се понижава твърде малко. Ето защо в кривите на блясъка не се виждат ясно изразени вторични минимуми. Вълнообразната форма на участъците на кривите между главните и вторичните минимуми най-вероятно се дължат на приливните деформации на

звездата. Поради приливното въздействие на бялото джудже тя навярно е придобила елипсоидална форма и е „разтеглена“ по посока към бялото джудже. При орбиталното си движение елипсоидът, в който се е превърнала звездата, променя ориентацията си спрямо земния наблюдател и затова видимият блясък на системата се изменя. Тъй като този ефект зависи само от формата на звездата и нейната ориентация към нас, то видът на кривите на блясъка е еднакъв между минимумите във всички спектрални диапазони.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За обяснение защо звездата е гореща – 2 т.

За намиране на разстоянието между компонентите – 2 т.

За определяне на отношението на светимостите – 2 т.

За обяснение относно различната дълбочина на минимумите в ултравиолетовия и инфрачервения диапазон – 3 т.

За обяснение на вълнообразните участъци между минимумите в кривата на блясъка – 3 т.

3 задача. Маите и Венера. Както е известно, древните май са били много добри астрономи. В техния календар видимото движение на Венера играе особено важна роля. Според наблюденията на майте, след като за известен период от време „Венера се появява вечер и следва залеза на Слънцето...“, тя изчезва от небето и не се вижда в продължение на 8 дни. После Венера се явява като утринна звезда. След като завърши този неин период на утринна видимост, Венера изчезва отново и не се вижда в продължение на 90 дни. След това пак започва да се наблюдава вечер.

- А) Времето, в което Венера не може да се види, след като е била Вечерница, е само 8 дни. Защо времето, в което тя не може да се види, след като е била Зорница, е 90 дни (според наблюденията на майте)? Дайте само качествено обяснение, като посочите различните фактори, които имат влияние. Нарисувайте подходяща схема.

- Б) Опитайте се да подкрепите и допълните вашите разсъждения с количествени оценки и пресмятания, където това е възможно.

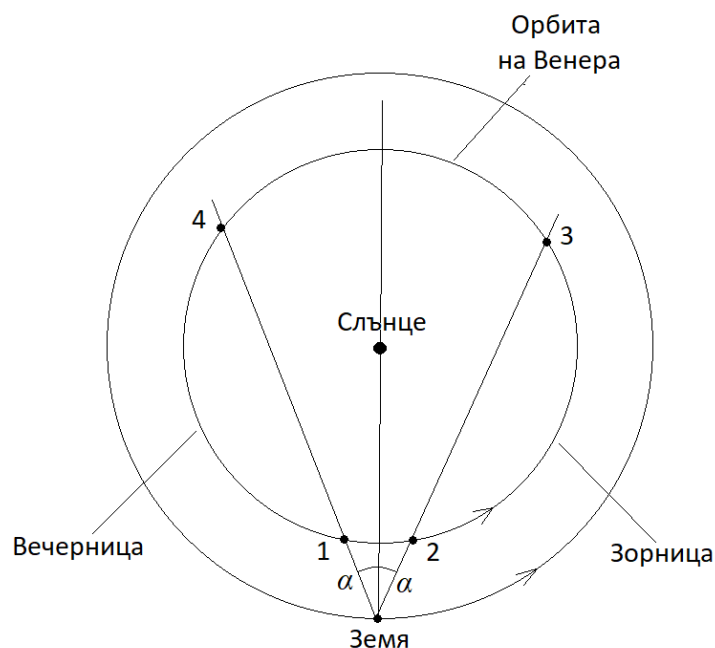
Радиусът на орбитата на Венера около Слънцето е 0.72 а.з., а нейният орбитален период е 224.7 дни. Приемете, че периодът на обикаляне на Земята около Слънцето е 365.25 дни. Една астрономическа единица (а.з.) е равна на 149.6×10^6 km.

В горно съединение Венера е приблизително с 1 звездна величина по-слаба отколкото в близост до долно съединение.

Решение:

За да се вижда Венера, тя трябва да е на достатъчно голямо ъглово разстояние от Слънцето. Да означим с α минималния ъгъл, на който планетата трябва да отстои от Слънцето. Нека отначало да приемем, че този ъгъл е един и същ и за периода, когато Венера е била Вечерница и после започва да се наблюдава като Зорница, и за периода, когато е била Зорница и после започва да се наблюдава като Вечерница. Ще разглеждаме движението на Венера в координатна система, в която Земята е неподвижна. Както се вижда от схемата, дъгата 1-2, която ще измине Венера по орбитата си в периода между своята видимост като Вечерница и като Зорница, е съществено по-къса от дъгата 3-4,

която планетата ще измине в периода между своята видимост като Зорница и като Вечерница. Това е единият фактор, който има влияние.



В действителност минималното ъглово разстояние от Слънцето, при което ще можем да забелязваме Венера между нейната поява като Зорница и като Вечерница (дъгата 3-4) ще трябва да се увеличи, защото тогава планетата е с около 1 звездна величина по-слаба по блясък. Това е още един допълнителен фактор, поради който се увеличава периодът на невидимост на планетата (дъгата 3-4).

Освен това при изминаването на дъгата 3-4 видимата ъглова скорост на Венера ще е по-малка, отколкото при изминаването на дъгата 1-2, защото в първия случай тя е по-далеч от Земята, отколкото във втория. Това е третият фактор.

В приближение, при което считаме, че ъгълът α е достатъчно малък и еднакъв за двата случая, можем да направим оценка на отношението на дъгите 1-2 и 3-4. Ще означим техните дължини с L_{12} и L_{34} , а радиусите на орбитите на Венера и Земята съответно с r и r_0 .

$$\frac{L_{34}}{L_{12}} \approx \frac{2\alpha(r_0 + r)}{2\alpha(r_0 - r)}$$

$$\frac{L_{34}}{L_{12}} \approx \frac{r_0 + r}{r_0 - r} \approx 6.14$$

Това означава, че като изключим всички други фактори, дъгата 3-4 е около 6 пъти по-дълга от дъгата 1-2. Отношението на времевите интервали на невидимост на планетата е $90 / 8 \approx 11$ пъти. То очевидно се получава, когато се отчете влиянието и на другите фактори.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За описанието на фактора, свързан с различната дължина на дъгите, които описва Венера – 2 т.

За подходяща схема, илюстрираща този фактор – 2 т.

За обяснение относно влиянието на разликата в звездните величини на планетата в двата случая – 3 т.

За обяснение относно различните видими ъглови скорости – 3 т.

За количествени оценки – 2 т.

4 задача. Спътник в затъмнение. Вие сте космонавт изследовател в обсерватория, намираща се в космическа станция на геостационарна орбита. Всяка ясна нощ от Земята вашата станция се вижда като светеща точка в небето.

Случва ви се да видите прекрасно явление – пълно слънчево затъмнение, причинено от Земята. В същото време на Земята се наблюдава централно лунно затъмнение. А за ваш приятел на Земята, който в централния момент на затъмнението вижда Луната в зенита, вашата станция извършва пасаж през центъра на видимия лунен диск.

- **А)** Кога през годината може да се случи това? Обяснете вашия отговор.
- **Б)** Определете приблизително колко време продължава пасажът на геостационарната станция по диска на Луната.
- **В)** Атмосферните условия и телескопът на вашия приятел му позволяват да наблюдава небесни обекти с разделителна способност $1''$ (дъгова секунда). Ако вашата станция има диаметър 20 метра, ще може ли той да различи на фона на лунния диск по време на пасажа? А ще може ли да я вижда както обикновено като светеща точка в небето непосредствено преди началото на пасажа?

Справочни данни:

Радиус на орбитата на геостационарен спътник – 42 164 km

Екваториален радиус на Земята – 6378 km

Сидеричен лунен месец – 27.32 денонощия

Видим ъглов диаметър на Луната – $31'$ (дъгови минути)

Наклон на еклиптиката към равнината на небесния екватор – $23^{\circ}26'$

Наклон на лунната орбита към равнината на еклиптиката – $5^{\circ}09'$

Решение:

За да бъде станцията геостационарна, нейната орбита трябва да лежи в равнината на земния екватор. Щом наблюдателят на Земята вижда станцията в зенита, то той се намира на земния екватор. Но за него Луната също преминава през зенита. Следователно в този момент за наблюдателя тя се вижда на небесния екватор. Ако по същото време има централно лунно затъмнение, то Слънцето трябва да е в точка диаметрално противоположна на центъра на Луната и също трябва да е на небесния екватор. Следователно описаното явление може да се случи в моментите на пролетно или есенно равноденствие.

За земния наблюдател геостационарната станция ще бъде през цялото време в зенита. Продължителността на пасажа на станцията по лунния диск ще зависи от ъгловата скорост ω_0 на въртене на Земята и ъгловата скорост ω на орбиталното

движение на Луната около Земята. Ако означим с $T_0 = 23\text{h } 56\text{m}$ звездното денонощие, а с T сидеричния лунен месец, то:

$$\omega_0 = \frac{360^\circ}{T_0}$$

$$\omega = \frac{360^\circ}{T}$$

Ясно е оттук, че ъгловата скорост на Луната е примерно около 27 пъти по-малка от ъгловата скорост на въртене на Земята. Ето защо, за приблизителното пресмятане на продължителността на пасажа на станцията по диска на Луната ние можем да пренебрегнем движението на Луната. Тогава продължителността на пасажа ще бъде:

$$t = \frac{\delta_L}{\omega_0}$$

където δ_L е ъгловият диаметър на видимия лунен диск.

$$t \approx 123.7 \text{ s}$$

Ако искаме да отчетем движението на Луната, ще се наложи да направим няколко уточнения. Лунната орбита не лежи в равнината на земния екватор. Нека за определеност да считаме, че затъмнението се наблюдава в деня на есенното равноденствие. Тогава Луната ще се намира в пролетната равноденствена точка. Да означим с ε наклона на еклиптиката към небесния екватор, а с i наклона на лунната орбита към еклиптиката. Понеже затъмнението е централно и явлението се наблюдава в неговия централен момент, то центърът на видимия лунен диск преминава точно през възела на лунната орбита. Ако това е възходящият възел, то ъгълът между небесния екватор и лунната орбита в точката на тяхното пресичане ще бъде равен на $\varepsilon + i$. Ако Луната минава през низходящия възел на орбитата си, то ъгълът между лунната орбита и небесния екватор ще бъде $\varepsilon - i$.

Първо ще пресметнем линейната скорост на точката от екватора, където е наблюдателят (v_0), както и линейната скорост на Луната по нейната орбита (v_L):

$$v_0 = \omega_0 R$$

$$v_L = \omega r_L$$

където R е екваториалният радиус на Земята, а $r_L = 384000 \text{ km}$ е радиусът на лунната орбита. Относителната линейна скорост на Луната спрямо наблюдателя е векторната разлика между тези две скорости:

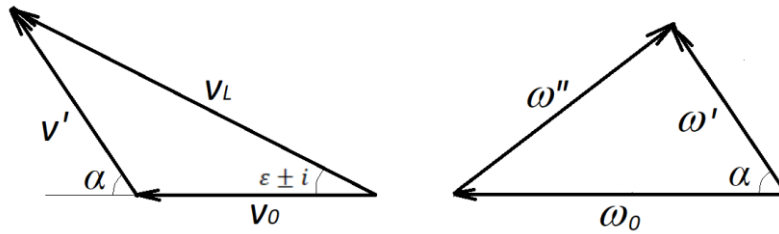
$$\vec{v}' = \vec{v}_L - \vec{v}_0$$

Като използваме косинусовата теорема, получаваме:

$$v' = \sqrt{v_L^2 + v_0^2 - 2v_L v_0 \cos(\varepsilon \pm i)}$$

Сега можем да намерим относителната видима ъглова скорост на Луната спрямо звездното небе за земния наблюдател:

$$\omega' = \frac{v'}{r_L - R}$$



Видимата ъглова скорост на геостационарната станция относно звездите е равна по големина на ъгловата скорост на въртене на Земята ω_0 . За да намерим продължителността на пасажа на станцията по лунния диск, ние трябва да определим относителната ъглова скорост ω'' на станцията спрямо Луната. По принцип тя трябва да е равна на разликата между скоростите ω' и ω_0 . Но тези две видими ъглови движения също не стават в една посока. Ъгълът между направленията, в които те се извършват, е равен на ъгъла α между векторите на скоростите v' и v_0 . Този ъгъл можем да намерим чрез синусовата теорема:

$$\frac{\sin(180^\circ - \alpha)}{v_L} = \frac{\sin(\epsilon \pm i)}{v'}$$

$$\sin \alpha = \frac{v_L \sin(\epsilon \pm i)}{v'}$$

След това отново чрез косинусовата теорема намираме:

$$\omega'' = \sqrt{\omega_0^2 + \omega'^2 - 2\omega_0\omega'\cos\alpha}$$

Накрая за продължителността на пасажа получаваме:

1) При ъгъл между лунната орбита и екватора $\epsilon + i$:

$$t = \frac{\delta_L}{\omega''} \approx \dots$$

2) При ъгъл между лунната орбита и екватора $\epsilon - i$:

$$t = \frac{\delta_L}{\omega''} \approx \dots$$

Нека диаметърът на геостационарната станция е d . Означаваме с r радиуса на орбитата на станцията. Тогава видимият ъглов диаметър на станцията за земния наблюдател ще бъде:

$$\beta = \frac{d}{r - R} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \approx 0.000032^\circ \approx 0.11''$$

Получената стойност е значително по-малка от $1''$. Следователно с техниката, с която разполага земният наблюдател, станцията не може да се различи на фона на лунния диск. Непосредствено преди началото на пасажа геостационарната станция няма да се вижда като светеща точка, защото тогава тя ще бъде в земната сянка – наблюдението се

провежда по време на лунно затъмнение. Така че станцията няма да се осветява от Слънцето.

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За правилен отговор и обяснение кога през годината може да се случи наблюдаваното явление – 3 т.

За правилен начин на приблизително определяне на продължителността на пасажа – 2 т.

За краен числен резултат – 1 т.

При опит за отчитане на ъгъла на наклона на лунната орбита към екватора и разглеждане на двата възможни случая – 2 т.

За определяне на видимия ъглов размер на станцията – 2 т.

За правилен извод за видимостта на станцията по време на пасажа – 1 т.

За правилен извод за видимостта на станцията непосредствено преди началото на пасажа – 1 т.

5 задача. Опашка на Рейли-Джинс. Топлинното излъчване се описва от закона на Планк, но само в червения край на спектъра може да се използва и по-простото приближение на Рейли-Джинс:

$$I(\lambda) = \frac{2ck_B T}{\lambda^4}$$

В тази формула $I(\lambda)$ е специфичният интензитет (мощността на излъчване на тялото на единица дължина на вълната λ) и чрез него се описва спектърът на излъчването, а основен параметър е температурата на излъчващата повърхност T . Формулата е валидна само при $\lambda \gg \lambda_{\text{max}}$, където λ_{max} е дължината на вълната, на която тялото излъчва най-силно според закона на Вин.

Цветовият индекс е разликата в звездните величини на един и същ обект при наблюдение в два различни филтъра. Например във филтрите В и V звездата Антарес има звездна величина съответно $B = 2^{\text{m}}.75$ и $V = 0^{\text{m}}.91$. В такъв случай цветовият индекс на Антарес е $B - V = 2.75 - 0.91 = 1.84$. По дефиниция всички цветови индекси на звездата Вега (с температура 9600 K) са равни на 0.

А) Като използвате приближението на Рейли-Джинс, докажете, че в средния инфрачервен диапазон (дължина на вълната 3 – 15 μm) цветовите индекси на всички звезди, около които няма горещ прах, са близки до 0. **(4т.)**

Б) Ако близо до дадена звезда има горещ космически прах, той ще излъчва топлинни лъчи в средния инфрачервен диапазон и цветовият индекс на звездата ще се промени. Чрез такива наблюдения се установява наличието на прахови обвивки около звездите. Космическият телескоп Джеймс Уеб е снабден с инфрачервени филтри, пропускащи лъчение с дължина на вълната 5.6 μm и 7.7 μm . Каква би трябвало да е температурата на космически прах, който излъчва най-силно на дължината на вълната, която пропуска първият филтър (5.6 μm)? **(4т.)**

В) В астрономията особено често използвани са филтрите В (средна дължина на вълната 445 nm) и V (средна дължина на вълната 550 nm). Звездата Вега излъчва с около 50% по-силно в диапазона на филтъра В, отколкото в диапазона на филтъра V. Какъв е минималният възможен цветови индекс $B - V$ на най-горещите звезди без

прахова обвивка (при които за оптическия диапазон на спектъра е изпълнено условието $\lambda \gg \lambda_{max}$)? (4т.)

Решение:

А) Като използваме приближението на Рейли-Джинс пресмятаме отношението на интензитетите на излъчване на един обект на две дължини на вълната λ_X и λ_Y :

$$\frac{I_X}{I_Y} = \left(\frac{\lambda_Y}{\lambda_X} \right)^4$$

Това отношение е валидно за дълговълновата част на спектъра ($\lambda \gg \lambda_{max}$), където е средният инфрачервен диапазон. То не зависи от температурата. Следователно, отношението на потоците лъчение през два определени инфрачервени филтъра X и Y е почти еднакво за всички звезди:

$$\frac{\Phi_X}{\Phi_Y} = const$$

Изключение са звездите, обградени от значително количество прах, защото за излъчването на хладния прах условието $\lambda \gg \lambda_{max}$ не е валидно в средния инфрачервен диапазон.

Звездната величина на произволна звезда във филтри X и Y е:

$$X - m_{VEGA} = -2.5 \lg \left(\frac{\Phi_X}{\Phi_{X VEGA}} \right)$$

$$Y - m_{VEGA} = -2.5 \lg \left(\frac{\Phi_Y}{\Phi_{Y VEGA}} \right)$$

Тъй като цветовите индекси на Вега са равни на 0, звездната ѝ величина е еднаква във всички филтри (приблизително 0^m.03). Изваждаме горните две равенства почленно и получаваме:

$$X - Y = -2.5 \lg \left(\frac{\Phi_X}{\Phi_{X VEGA}} \right) + 2.5 \lg \left(\frac{\Phi_Y}{\Phi_{Y VEGA}} \right)$$

$$X - Y = -2.5 \lg \left(\frac{\Phi_X \Phi_{Y VEGA}}{\Phi_Y \Phi_{X VEGA}} \right)$$

Но понеже отношението на потоците през двата различни филтъра е еднакво за всички звезди, изразът в скобите от последното уравнение е равен на единица и оттук за цветовия индекс на произволно взета звезда следва:

$$X - Y = 0$$

Б) По закона на Вин:

$$\lambda_{max} T = 2.9 \times 10^{-3} \text{ m K}$$

За космическия прах, който излъчва най-силно на дължина на вълната $\lambda_{max} = 5.6 \times 10^{-6} \text{ m}$ получаваме $T = 520 \text{ K}$ или около $250 \text{ }^\circ\text{C}$.

В) По закона на Вин за най-горещите звезди от клас O пикът на излъчването е в ултравиолетовия диапазон и можем да приемем, че за филтри B и V $\lambda \gg \lambda_{max}$.

Ако направим приближението, че отношението на потоците лъчение на дадена звезда е същото като отношението на интензитетите за дължини на вълните в средата на спектралните ивици на пропускливост на филтрите, то за най-горещите звезди

$$\frac{\Phi_B}{\Phi_V} = \left(\frac{\lambda_V}{\lambda_B}\right)^4 \approx 2.333$$

От условието, за Вега същото отношение е:

$$\frac{\Phi_{B \text{ VEGA}}}{\Phi_{V \text{ VEGA}}} \approx 1.5$$

При тези приближения цветовият индекс на най-горещите звезди е

$$B - V = -2.5 \lg \left(\frac{\Phi_B \Phi_{V \text{ VEGA}}}{\Phi_V \Phi_{B \text{ VEGA}}} \right) \approx -2.5 \lg \left(\frac{2.333}{1.5} \right) \approx -0.48$$

Действителната минимална стойност е близо до -0.35 .

Критерии за оценяване (общо 12 т.):

За трите подусловия – $3 \times 4 \text{ т.} = 12 \text{ т.}$

