

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
КОМИСИЯ ЗА ПРОВЕЖДАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ

XXVI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

<http://astro-olymp.org>

IV кръг

Практически тур, 15 юли 2023 г., гр. Варна

Старша възраст – решения

1 задача. Staralt. Софтуерът Staralt се използва за проверка на видимост на обекти. На изображението на фиг. 1, генерирано със Staralt, са дадени височините на две звезди през наблюдателната нощ на 10 април за неизвестно място на наблюдение. По х-оста е нанесен моментът в универсално време, а по у-оста – височината над математическия хоризонт. Плътните вертикални линии в краищата на изображението показват моментите на залез (ляв край) и изгрев (десен край) на Слънцето, а пунктираните вертикални линии – края на вечерния полумрак и началото на сутрешния. Пунктираната крива дава височината на Луната през нощта. Приемете, че уравнението на времето на 10 април е 0.

- А) Определете максимално точно географските координати на мястото на наблюдението. **(4т.)**

- Б) Определете максимално точно екваториалните координати (ректасцензия, деклинация) на двете звезди. **(6т.)**

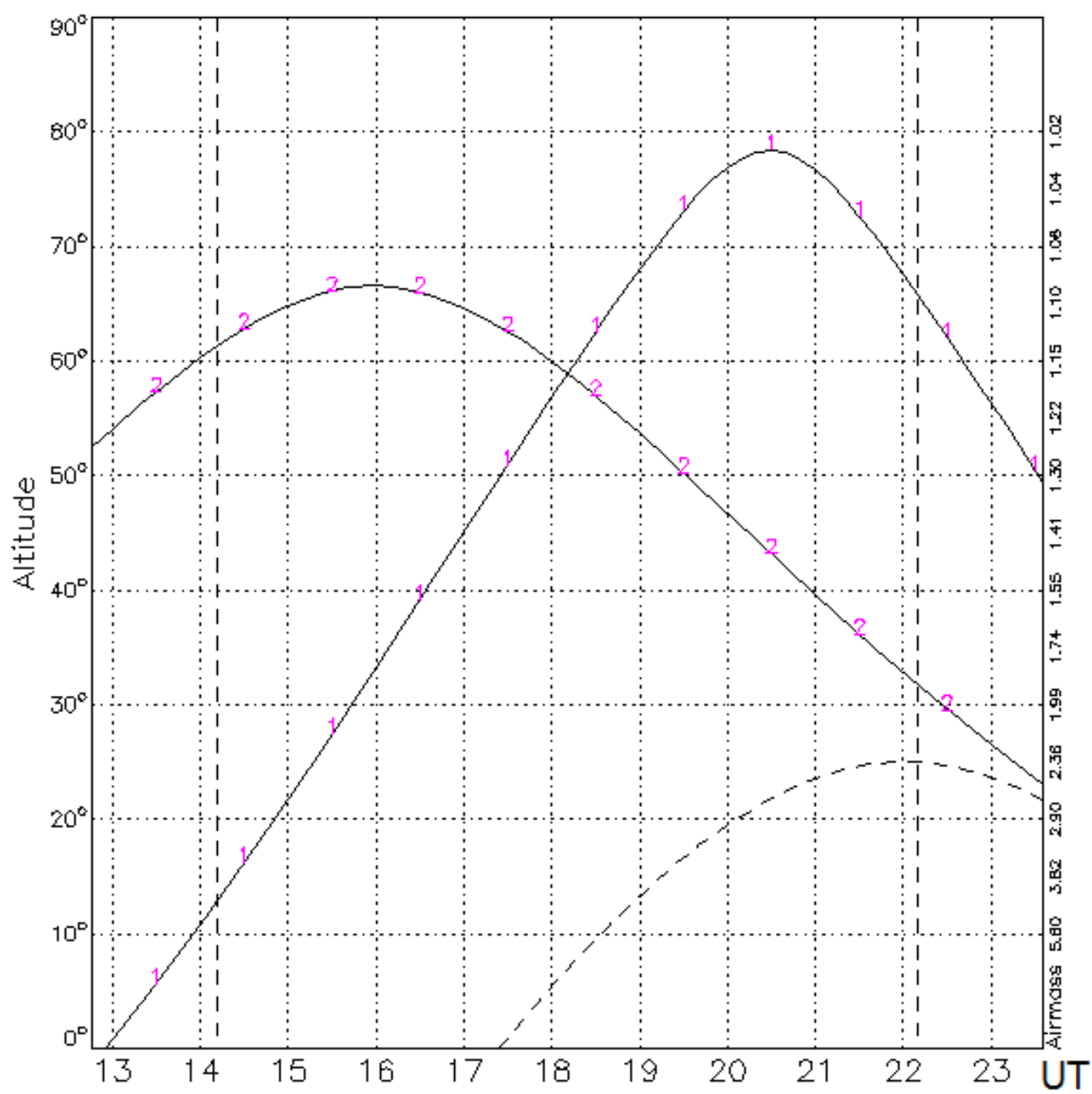
- В) Определете датата на следващото пълнолуние. **(2т.)**

- Г) На коя дата звезда 1 залязва едновременно с изгрева на Слънцето за това място на наблюдение? **(3т.)**

- Д) Паралаксът на звезда 1 е $0.0435''$, а на звезда 2 е $0.0265''$. Пресметнете разстоянието между двете звезди в космоса. **(5т.)**

Упътване за Д): Използвайте, че в сферичен триъгълник с върхове А, В, С и със срещуположни страни а, в, с важи

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$$



Фиг. 1

Решение:

а) + б) Измерваме, че моментът по средата между залез и изгрев е в 18:11 UT. Това е долната кулминация на Слънцето, която на Гринуичкия меридиан се случва средно в 00:00 UT, т.е. $5 \text{ h } 49 \text{ m} = 5.817 \text{ h}$ по-късно. За това време Земята ще се завърти спрямо Слънцето с ъгъл $(15^\circ/\text{h})(5.817\text{h}) = 87.3^\circ$. Географската дължина е 87.3° E . *Истинската стойност е 87.7° E , а разликата идва от уравнението на времето, което не е точно 0.*

Двете звезди имат близка максимална височина, но звезда 2 променя височината си много по-плавно. От тук можем да заключим, че тя кулминира на север и има много по-голяма деклинация от звезда 1. След като кулминира на север, векторът на ъгловата ѝ скорост по небето се завърта на 360° спрямо хоризонта (което не е валидно за звездите, кулминиращи на юг за северното полукуълбо). Следователно ще има момент, в който ъгловата ѝ скорост по денонощния паралел ще бъде право надолу и ще бъде равна на темпът на промяна на височината. Измерваме екстремалния темп на промяна на височината там, където наклонът на кривата ѝ е максимален – някъде около 20-21 UT той достига $-7.1^\circ/\text{h}$ (измерено по допирателна към кривата на графиката). Ъгловата скорост по паралела е

$$(15^\circ/\text{h}) \cos \delta = 7.1^\circ/\text{h}.$$

Получаваме деклинация $\delta_2 = +61.7^\circ$.

Измерваме по графиката височината на звезда 2 в горна кулминация $h_2 = 67.0^\circ$. За звезда, кулминираща на север за северна ширина, максималната височина е

$$h_2 = \varphi + (90 - \delta_2).$$

Заместваме и получаваме географската ширина на мястото на наблюдението, $\varphi = +38.3^\circ$.

За звезда 1, която кулминира на юг на височина $h_1 = 78.4^\circ$ (измерено по графиката),

$$h_1 = (90 - \varphi) + \delta_1$$

Заместваме и получаваме деклинация $\delta_1 = +26.7^\circ$.

Датата 10 април е 20 дни след пролетно равноденствие и ректасцензията на Слънцето е около $20^\circ = 1.333 \text{ h}$. За да намерим ректасцензиите на звездите, трябва да изчислим звездните времена в моментите на горна кулминация – 20:25 UT за звезда 1 и 15:55 UT за звезда 2. Слънцето кулминира средно в 12 UT на Гринуич. В дадената нощ на даденото място Слънцето е в долна кулминация в 18:11, т.е. е в горна кулминация в 06:11 UT. Кулминацията на звезда 1 е 14 h 14 m по-късно, а на звезда 2 е 9 h 44 m по-късно. Добавяме тези времена към ректасцензията на Слънцето, 1 h 20 m, и получаваме 15 h 34 m и 11 h 04 m. *Истинските звезди са Алфека и Дубхе.*

в) Луната кулминира в 22:05 UT, около 15.9 h след Слънцето. Съвсем приблизително, ъгловото разстояние Слънце-Луна е равно на разликата в ректасцензиите им, около $(15.9/24)(360^\circ) = 238.5^\circ$. Луната прави оборот по небето спрямо Слънцето за $T = 29.53 \text{ d}$ (синодичен месец), т.е. „възрастта” ѝ (времето след новолуние) е $(238.5^\circ/360^\circ)(29.5 \text{ d}) = 19.6 \text{ d}$, докато възрастта при пълнолуние е средно $T/2 = 14.8 \text{ d}$. Пълнолунието е било преди около 4 дни, на 6 април, и следващото ще бъде на 5 май.

г) Изгревът на звезда 1 е в 12:56 UT, а горната кулминация – в 20:25 UT. Залезът трябва да е симетрично, през деня, в 03:54 UT. Изгревът на Слънцето е в 23:35 UT, т.е. 4.6h по-рано.

Към задачата може да се подходи итеративно – звездата ще залезе 4.6 h по-рано след $(4.6/24)(365.25 \text{ d}) = 70$ дни по-късно, т.е. на 19 юни. Но Слънцето изгрява все по-рано през пролетта, така че търсената дата е малко след 19 юни. В действителност закъснението на изгрева за тази географска ширина се забавя с около 1 час за тези 70 дни и търсената дата е още 11 дни по-късно – на 30 юни.

д) От паралаксите намираме реципрочно разстоянията: $r_1 = 23.0$ pc, $r_2 = 37.7$ pc. Построяваме сферичен триъгълник с точки АВ в звездите и точка С в северния небесен полюс. При стандартни означения, за този триъгълник

$$a = 90 - \delta_2 = 28.3^\circ, b = 90 - \delta_1 = 63.3^\circ, C = \alpha_1 - \alpha_2 = 67.5^\circ.$$

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C$$

Прилагаме сферичната косинусова теорема и получаваме $c = 56.4^\circ$, което е ъгловото разстояние θ между галактиките. По планиметричната косинусова теорема намираме разстоянието между тях в космоса:

$$r = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos \theta} = 31.5 \text{ pc}$$

Александър Куртенков

2 задача. Делта Цефей. Делта Цефей е ярка звезда – прототип на типа пулсиращи променливи звезди, наречени „класически цефеиди”. Делта Цефей е на разстояние 887 ly от Земята и има период на пулсациите 5.366 d. На приложената фиг. 2 е дадена усреднена крива на блясъка на делта Цефей в U, B, V, R и I филтрите в популярната система на Johnson-Cousins. Всички звездни величини са в система Вега.

- А) Използвайте дадената зависимост между цветови индекс B-V и температура T, постройте графика, показваща фотосферната температура като функция на фазата. Зависимостта е

$$T = 4600 \text{ K} \left(\frac{1}{0.92(B - V) + 1.7} + \frac{1}{0.92(B - V) + 0.62} \right) \quad (5г.)$$

- Б) Нека да предположим линейна зависимост (за звезди) на произволен цветови индекс X-Y от B-V:

$$X - Y = k(B - V)$$

По данните от графиката определете коефициента k за цветовите индекси U–B, B–R, R–I. В какъв диапазон от температури тези коефициенти ще бъдат надеждни?

(5т.)

- В) Постройте графика, показваща ефективния радиус на звездата като функция на фазата. Използвайте следната таблица с болометрични корекции за филтър V ($BC = M_{BOL} - M_V$):

Спектрален клас	температура	BC
A0	9900 K	-0.40
A5	8500 K	-0.12
F0	7400 K	-0.06
F5	6600 K	0.00
G0	6000 K	-0.03
G5	5500 K	-0.07
K0	4900 K	-0.20

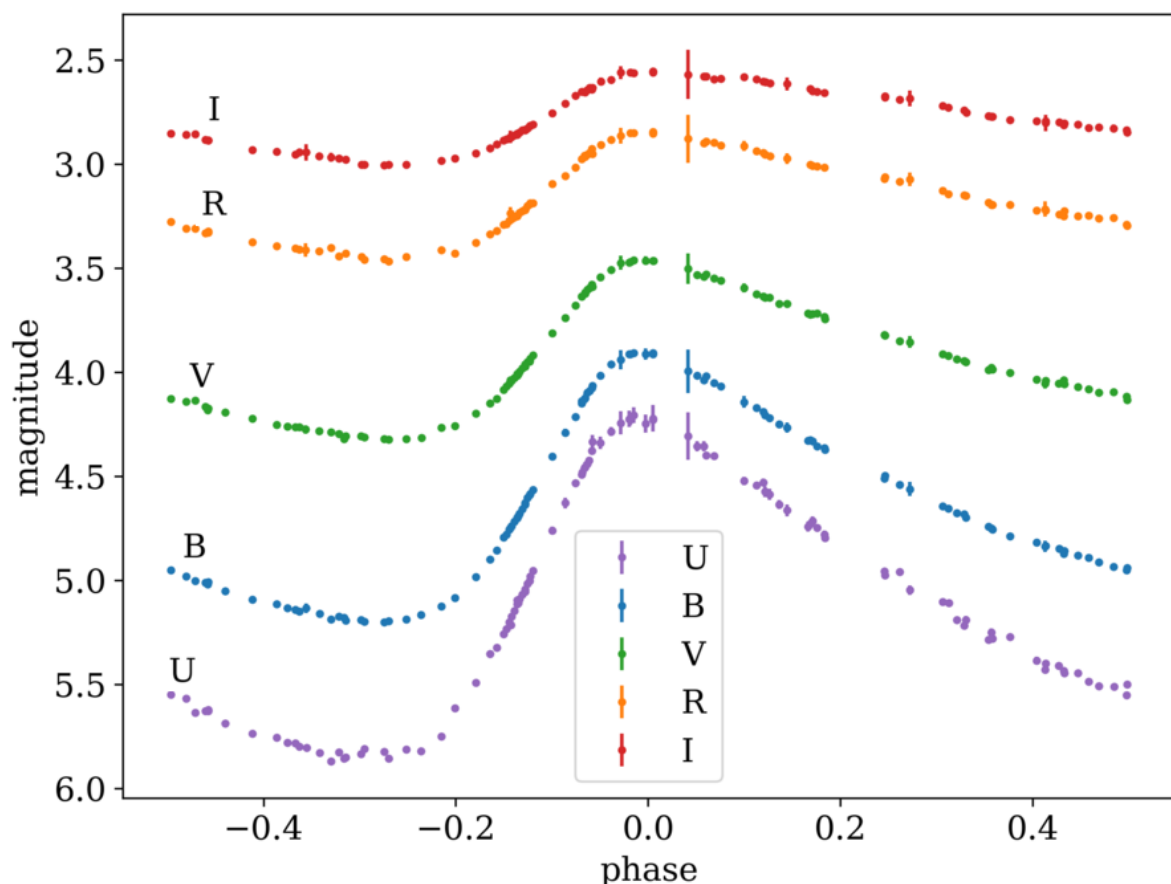
(6т.)

- Г) Пресметнете скоростта на разширение на фотосферата на звездата спрямо центъра ѝ за фази 0.0, 0.2, 0.4 и 0.6. При свиване посочете отрицателна стойност.

(4т.)

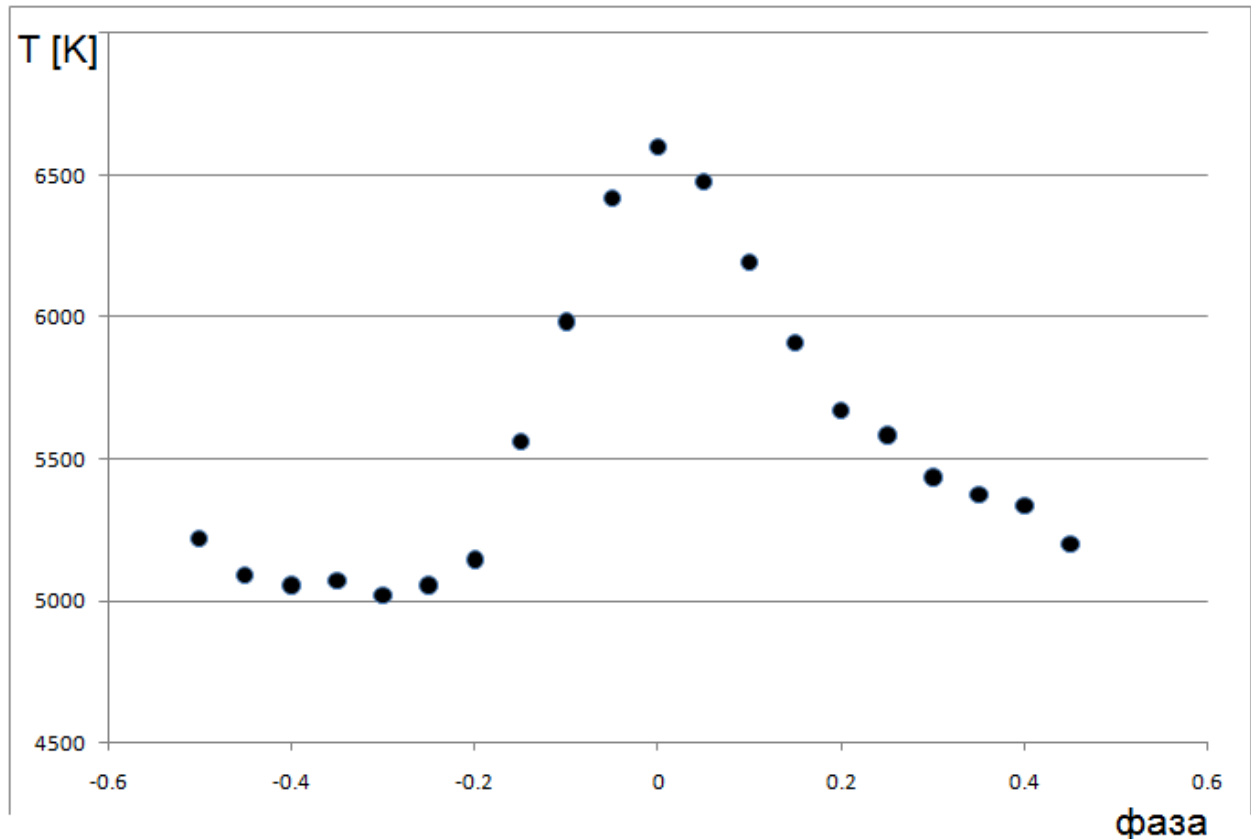
Фиг. 2

δ Cephei



Решение:

а) Измерваме вертикално разстоянието от кривата на блясъка в В до кривата на блясъка във V и получаваме цветовия индекс В-V за набор от фази. Прилагаме дадената зависимост и получаваме графика на фотосферната температура като функция от фазата. Резултатите варират в граници от 5000 до 6600 К.



б) За набор от фази с различни температури измерваме k за трите дадени цвята. Получаваме медианни стойности:

$$k(U-B) = 0.68$$

$$k(B-R) = 2.05$$

$$k(R-I) = 0.54$$

Тъй като всички цветови индекси са 0 за клас A0 (температура около 10 000 К), а най-ниските температури, за които сме ги тествали с Делта Цефей са около 5000 К, границите на приложимост са поне в интервала (5000, 10 000 К).

в) Модулът на разстоянието за Делта Цефей е

$$m - M = 5 \lg(r) - 5 = 7.17 \text{ mag}$$

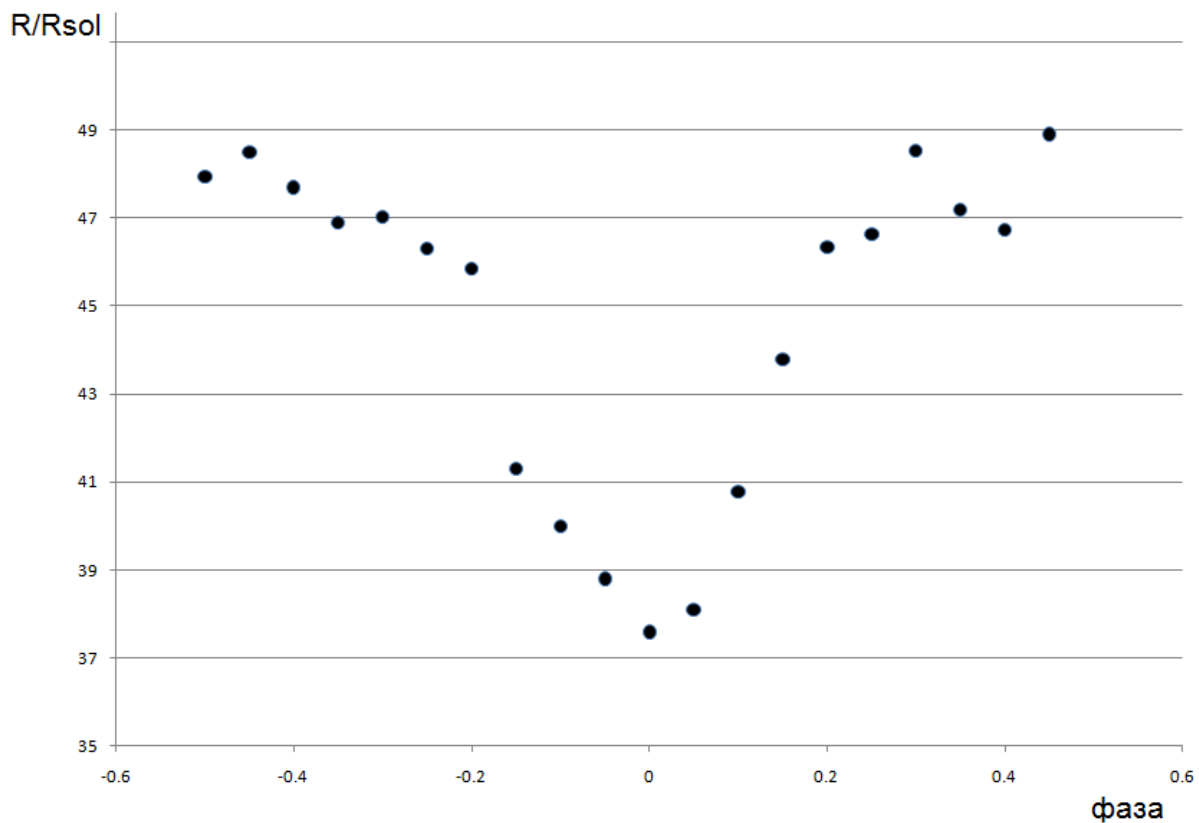
Прилагаме модула на разстоянието и интерполирани болометрични корекции от таблицата и получаваме абсолютна болометрична звездна величина M . От M получаваме светимостта L чрез:

$$\frac{L}{L_{\odot}} = 10^{0.4(4.75-M)}$$

Получаваме светимост от 1260 до 2400 слънчеви. Радиуса на звездата намираме от закона на Стефан-Болцман:

$$\frac{L}{L_{SOL}} = \left(\frac{R}{R_{SOL}}\right)^2 \left(\frac{T}{T_{SOL}}\right)^4$$

Начертаваме графика за радиуса:



г) Прекарваме плавна крива през данните, пускаме допирателна за всяка от 4-те фази и измерваме наклона на допирателната в слънчеви радиуси на 1-ца фаза. Използвайки периода, $P = 5.366$ d, и слънчевия радиус, 696 000 km, превръщаме наклоните в скорости на разширение в km/s. Получаваме (с точност до ~ 5 km/s) $v(0.0) = 0$ km/s, $v(0.2) = 30$ km/s, $v(0.4) = 5$ km/s, $v(0.6) = -10$ km/s. За последната стойност използвахме, че фаза 0.6 е еквивалентна на фаза -0.4.

Александър Куртенков