

XXVII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ
<http://astro-olymp.org>

Подборен кръг, 10 юли 2024 г., Варна, практически тур

Младша възраст – решения

Задача 1. Полярен здрач. Гражданският полумрак е времето, през което центърът на Слънцето се намира на не повече от 6° под хоризонта. През това време небето придобива красив тъмносин оттенък и започват да се виждат някои най-ярки звезди. Пренебрегвайки полярния студ и всякакви рискове, романтичният любител на вечерния и утринния здрач Максим Босилков се заселва на един от временно появяващите се острови в Северния ледовит океан с географска ширина $84^\circ 00' N$.

- **А)** Приблизително колко дни за Максим ще продължават и кога през годината ще се случват непрекъснатите периоди, през които по пладне Слънцето ще бъде в зоната на гражданския полумрак?

- **Б)** Приблизително колко дни ще продължават и кога през годината ще се случват непрекъснатите периоди, през които в полунощ Слънцето ще бъде в зоната на гражданския полумрак?

Дадена ви е звездна карта в цилиндрична проекция. Координатната мрежа показва екваториалните координати деклинация и ректасцензия. Проекцията е подбрана така, че еклиптиката представлява права линия. Направете необходимите измервания и пресмятания и обозначете границите на търсените периоди с точки върху еклиптиката. Неравномерностите, произтичащи от елиптичната форма на земната орбита, да се пренебрегнат.

[общо 15 т.]

Решение. На схемата е представена небесната сфера за наблюдателя Максим, намиращ се на полярния остров. Географската ширина на острова е $\varphi = 84^\circ$. В сила са следните равенства:

$$\angle AOS = \angle CON = 90^\circ - \varphi = 6^\circ$$

По пладне Слънцето е в посока юг (S). За да бъде в зоната на гражданския полумрак, то трябва да се намира между точките S и B, при което дъгата SB съответства на 6° . Оттук следва, че деклинацията на Слънцето трябва да е между следните две стойности:

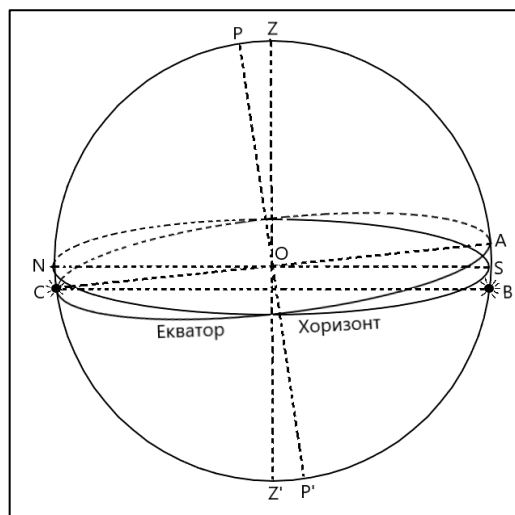
$$\delta_{Smax} = -(90^\circ - \varphi) = -6^\circ$$

$$\delta_{Smin} = -(90^\circ - \varphi) - 6^\circ = -12^\circ$$

В полунощ Слънцето е в посока север (N). За да бъде в зоната на гражданския полумрак, то трябва да се намира между точките N и C, при което дъгата NC съответства на 6° . Оттук следва, че деклинацията на Слънцето трябва да е между следните две стойности:

$$\delta_{Nmax} = +6^\circ \text{ и } \delta_{Nmin} = 0^\circ.$$

От получените резултати заключаваме, че поради сравнително малките стойности на възможната деклинация на Слънцето, търсените периоди трябва да са около пролетното и есенното равноденствие. На дадената ни карта небесните паралели (линиите с еднаква деклинация) са нанесени през 10° . Но поради особения характер на проекцията разстоянията

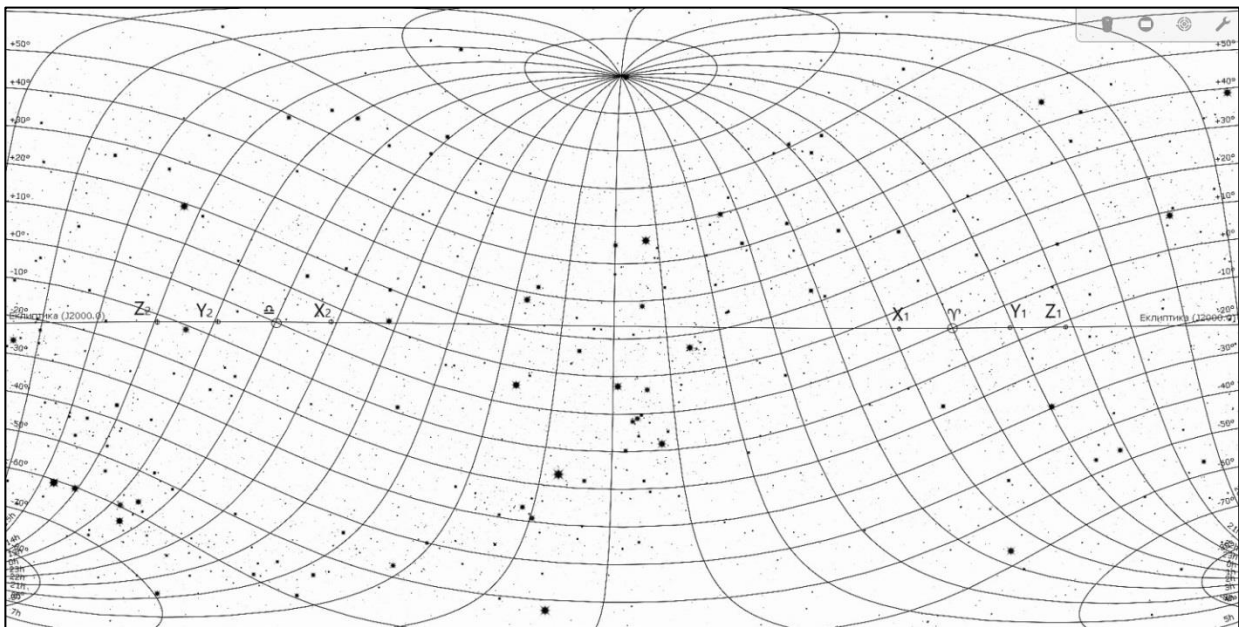


между тези линии в милиметри не са еднакви навсякъде. Намираме ориентировъчно къде по еклиптиката около пролетната равнодествена точка Υ трябва да се намира Слънцето, за да бъде деклинацията му в определените от нас интервали. Измерваме на това място разстоянието между два небесни паралела в милиметри, пресмятаме мащаба и определяме приблизително положенията на Слънцето в точките X_1 , Y_1 и Z_1 , в които то има деклинация съответно $+6^\circ$, -6° и -12° . Деклинация 0° то има в точката Υ . По аналогичен начин определяме положението на точките X_2 , Y_2 и Z_2 около есенната равнодествена точка Ω . Нанасяме и отбелязваме точките на картата.

Слънцето ще бъде в зоната на здрача по пладне, когато то описва по еклиптиката дъгите Z_1Y_1 и Y_2Z_2 . Тогава през почти цялото денонощие ще бъде тъмно, само около пладне ще се развиделява, без центърът на Слънцето да се издига над хоризонта.

Слънцето ще бъде в зоната на здрача в полунощ, когато то описва по еклиптиката дъгите ΥX_1 и ΩX_2 . Тогава през цялото денонощие ще е светло, а около полунощ настъпва за известно време полумрак, когато центърът на Слънцето се скрива изцяло под хоризонта.

За да определим продължителността на търсените интервали, измерваме на картата разстоянието между есенната и пролетната равнодествени точки в милиметри. Това разстояние съответства на половин година или $365.25 / 2 \approx 182.6$ денонощия. Използваме го като мащаб. Измерваме дъгите Z_1Y_1 , Y_2Z_2 , ΥX_1 и ΩX_2 . Те се оказват практически равни, усредняваме ги и с помощта на мащаба получаваме, че всеки от съответните интервали е с продължителност около 15 дни.



Окончателно определяме, че Слънцето ще бъде в зоната на здрача по пладне в интервалите от 30 до 15 дни преди пролетното равнодествие и от 15 до 30 дни след есенното равнодествие. То ще бъде в зоната на здрача в полунощ в интервалите от 0 до 15 дни след пролетното равнодествие и от 15-тия ден преди есенното равнодествие до самото есенно равнодествие.

Ева Божурова

Критерии за оценяване (общо 15 т.):

- За теоретична обосновка и намиране на интервалите, в които трябва да бъде деклинацията на Слънцето – **5 т.**
- За измервания по графиката и нанасяне на границите на интервалите – **5 т.**
- За пресмятане продължителността на интервалите в дни и посочване кога през годината се случват – **5 т.**

Задача 2. Орбита на астероид. В приложената таблица са дадени ефемериди на астероид за дати през интервал от 61 дни (около 1/6 от годината) в периода 2024 – 2028 г. Данните включват:

- дата (година, месец, ден)
- ректасцензия (α) и деклинация (δ), в градуси
- разстояние s (Земя-астероид), в аи
- елонгация θ (ъгъл Слънце-Земя-астероид)
- фазов ъгъл φ (ъгъл Слънце -астероид-Земя)
- звездна величина V на астероида
- ъглова скорост ω на астероида спрямо звездите, в "/min

• **А)** Използвайте датата, s и θ , за да построите графично орбитата на астероида. Приемете, че орбитата на Земята е кръгова и че астероидната орбита лежи в равнината ѝ. Определете графично голямата полуос a и ексцентрицитета e на орбитата. **[8 т.]**

• **Б)** Изчислете максималната скорост на астероида по орбитата. **[3 т.]**

• **В)** Астероидът е открит на 5 август 1991 г. През колко опозиции е преминал оттогава до днес? **[4 т.]**

• **Г)** Определете абсолютната звездна величина H на астероида. Тя се дефинира като звездната величина, която тялото би имало, наблюдавано от Слънцето, на разстояние 1 аи от него. Знаейки, че албедото на астероида е $A = 0.20$, определете размера D на астероида по формулата

$$D = \frac{10^{-0.2H}}{\sqrt{A}} \times (1329 \text{ km})$$

[5 т.]

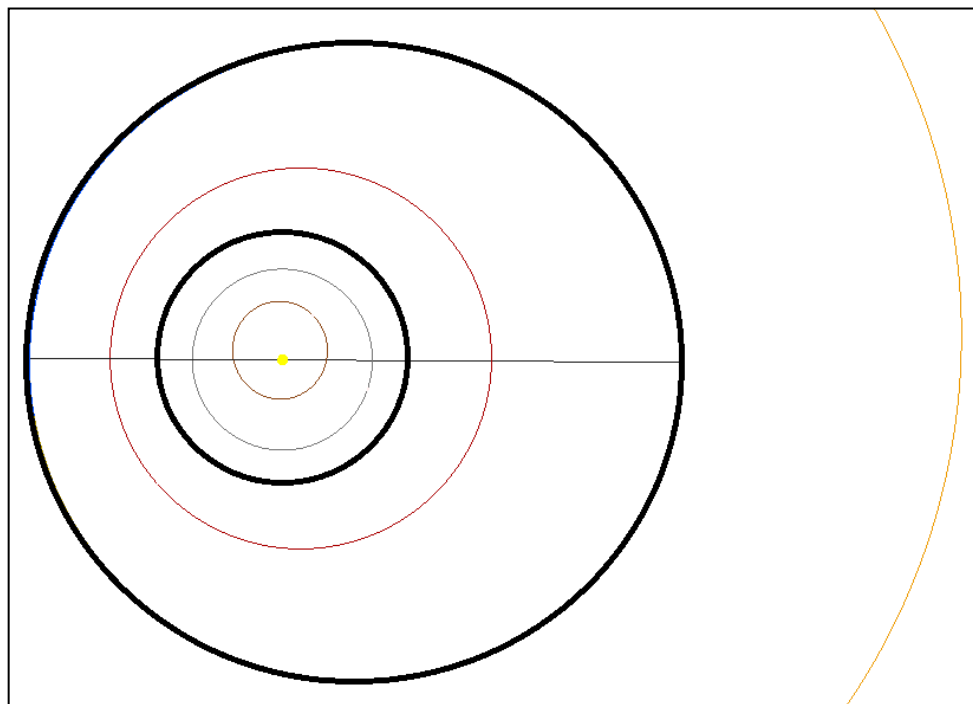
• **Д)** Една от стойностите на ъгловата скорост в последната колонка на таблицата е отбелязана с X. Изчислете X. **[5 т.]**

Решение.

а) Нанасяме Земята по орбитата, използвайки дадените дати. За всяка дата използваме елонгацията на астероида и с транспортир нанасяме направлението към него. В случай на колебание дали елонгацията е източна или западна, това може да се съобрази, използвайки екваториалните координати на астероида. Използваме дадените стойности на s , за да нанесем астероида по съответните зрителни лъчи.

Астероидът е 20011 Baryshnikov. На фигурата е дадена реалната орбита на астероида, заедно с орбитите на планетите до Юпитер. Проекцията е в равнината на земната орбита. Наклонът на орбитата на астероида е само 2.8° , което може да се пренебрегне без това да повлияе на резултата.

Голямата полуос на 20011 Baryshnikov е $a = 2.596 \text{ AU}$, а ексцентрицитетът е $e = 0.222$. Голямата полуос може да бъде измерена като половината от размера на елипсата. За ексцентрицитета може да измерим афелийното разстояние r_A и да използваме $r_A = a(1 + e)$.



б) Скоростта на астероида е максимална в перихелий. Тя е

$$v_P = v_0 \sqrt{\frac{1+e}{1-e}},$$

където

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM_{\odot}}{a}}.$$

Заместваме и получаваме перихелийна скорост **23.2 km/s**.

в) По III закон на Кеплер пресмятаме орбиталния период на астероида:

$$T = a^{3/2} = 4.18 \text{ yr.}$$

Алтернативно, можем да изчислим T директно от данните, тъй като покриват малко повече от една обиколка на астероида около Слънцето. След това пресмятаме синодичния период на астероида от

$$\frac{1}{1 \text{ yr}} = \frac{1}{T} + \frac{1}{T_{\text{SYN}}}.$$

Получаваме $T_{\text{SYN}} = 1.314$ yr. От 5 август 1991 г. до 10 юли 2024 г. има 32.93 години, което са 25.06 синодични периода. Следователно опозициите оттогава са **25 или 26**.

г) Видимата звезда величина е равна на абсолютната ($m = H$), когато разстоянието Слънце-астероид е $r = 1 \text{ AU}$, $s = 1 \text{ AU}$ и фазовият ъгъл е 0 (астероидът е в пълна фаза). Тъй като лъчистият поток от Слънцето върху астероида отслабва пропорционално на r^2 , а потокът от астероида върху Земята отслабва пропорционално на s^2 , след заместване в закона на Погсън получаваме

$$m - H = 2.5 \lg(rs)^2 = 5 \lg(rs).$$

Тази връзка е валидна само при фазов ъгъл 0, поради това я прилагаме за опозиция. Елонгацията е близо до 180 градуса за дата 5 май 2028 г. (от таблицата), когато $s = 1.634 \text{ AU}$, откъдето $r = 2.634 \text{ AU}$, и $V = m = 18.8$. Заместваме във формулата горе и получаваме $H = 15.6$. Заместваме в дадената в условието формула и получаваме диаметър на астероида

$$D = \frac{10^{-0.2H}}{\sqrt{A}} 1329 \text{ km} = \mathbf{2.2 \text{ km}}.$$

д) Търсеното X е ъгловата скорост на астероида на 2 септември 2025 г., когато елонгацията е 90.5° , т.е. близо до квадратура. Приемаме, че е в квадратура, и тогава орбиталната скорост на Земята няма принос към тангенциалната скорост на астероида спрямо наблюдател на Земята. Има две възможни решения:

1) *Графично решение.* На графиката нанасяме положението на астероида и вектора на орбиталната му скорост, по допирателна към елипсата. Измерваме с транспортир ъгъла γ между направлението Земя-астероид и вектора на скоростта. Ъгловата скорост ще бъде

$$\omega = \frac{v_T}{s} = \frac{v \sin \gamma}{s}.$$

2) *Аналитично решение.* За тази дата $s = 2.072 \text{ AU}$, $\varphi = 25.9^\circ$. За квадратура можем да намерим лесно разстоянието Слънце-астероид:

$$r = \sqrt{s^2 + (1 \text{ au})^2} = 2.30 \text{ AU}.$$

За изчисляване на скоростта v по орбитата използваме закона за запазване на енергията:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{GM_\odot m}{r} = -\frac{GM_\odot m}{2a}.$$

Решаваме и получаваме 20.74 km/s . Изчисляваме ъгъла β между v и r от закона за запазване на момента на импулса. Можем да сравним положението на 2 септември 2025 г. с перихелия:

$$vr \sin \beta = v_p r_p.$$

Пресмятаме и получаваме $\beta = 78.9^\circ$. От геометрични съображения

$$\gamma = \beta - \varphi = 53.0^\circ.$$

Заместваме в

$$\omega = \frac{v_T}{s} = \frac{v \sin \gamma}{s}$$

и получаваме **$0.66''/\text{min}$** .

Александър Куртенов

Редакция на темата: Александър Куртенов

год.	месец	ден	α [°]	δ [°]	s [au]	θ [°]	φ [°]	V [mag]	ω ["/min]
2024	януари	1	225.392	-18.984	3.265	51.4	16.2	21.1	0.92
2024	март	2	245.12	-24.233	2.357	94.1	22.1	20.5	0.57
2024	май	2	249.255	-26.441	1.551	150	11.7	19.1	0.35
2024	юли	2	236.448	-24.43	1.462	139.2	16.6	19	0.25
2024	септември	1	245	-24.403	1.973	88.6	27.4	19.8	0.78
2024	ноември	1	273.063	-25.155	2.51	54.1	22.6	20.1	1.25
2025	януари	1	308.42	-19.662	2.872	25.4	12	20	1.44
2025	март	3	342.845	-7.4	3.016	1	0.5	19.5	1.47
2025	май	3	14.417	6.87	2.931	26.6	12.5	20.1	1.36
2025	юли	3	43.67	18.239	2.609	54.4	22.3	20.3	1.13
2025	септември	2	66.805	24.433	2.072	90.5	25.9	20	X
2025	ноември	2	70.304	26.493	1.567	146.8	12.8	19.1	0.43
2026	януари	2	56.934	24.15	1.785	138.7	14.4	19.6	0.22
2026	март	4	64.246	24.161	2.672	83.6	21	20.8	0.63
2026	май	4	85.442	25.422	3.526	42.7	13.8	21.3	0.9
2026	юли	4	110.229	23.826	3.981	7	2.4	21.1	0.94
2026	септември	3	133.4	19.038	3.894	29.7	9.4	21.4	0.86
2026	ноември	3	151.243	13.326	3.288	71.6	17.6	21.4	0.57
2027	януари	3	157.329	11.019	2.469	127	14.4	20.7	0.15
2027	март	5	146.498	14.484	2.226	160	6.1	20.2	0.52
2027	май	5	143.388	14.76	2.882	97	18.4	21.2	0.29
2027	юли	5	155.902	9.821	3.661	51.7	14.7	21.6	0.74
2027	септември	4	174.514	1.789	4.05	13.4	4.4	21.3	0.9
2027	ноември	4	194.988	-7.381	3.874	24.3	7.8	21.3	0.92
2028	януари	4	214.752	-15.458	3.17	65.1	17.9	21.2	0.76
2028	март	5	227.257	-20.335	2.22	114.1	19	20.4	0.2
2028	май	5	220.323	-19.794	1.634	176	1.5	18.8	0.62
2028	юли	5	213.082	-17.053	1.909	113.5	22	19.9	0.18
2028	септември	4	227.825	-20.532	2.503	69.4	23.7	20.4	0.91
2028	ноември	4	256.416	-24.85	2.933	36	15.3	20.3	1.25

