

Купа „Урания“ 2026 г.

Време за работа: 5 часа

Задача 1. Светилище. В обсерваторията на Тсарх Вилдоб – великият астроном на Трънливата планета – има точни ъгломерни инструменти. С тях той е установил, че видимият ъглов диаметър на Животворното слънце се нанася 240 пъти върху пълната окръжност и е постановил този диаметър да се използва като единица мярка за ъгл. Ние ще го наричаме тук слънчев градус.

В най-дългия ден на годината – Денят на Високото слънце – според измерванията на Тсарх Вилдоб, слънцето се е издигнало на максимална височина 52 слънчеви градуса над южния хоризонт. Половин година по-късно Слънцето се издига само на 4 слънчеви градуса максимална височина над хоризонта.

А) Млад ученик на Тсарх Вилдоб разказва, че на юг от неговата обсерватория живее малко племе, за чиито жители в средата на Деня на Високото слънце се случва нещо страшно – те си изгубват сенките! Пътят дотам бил 10 слънчеви градуса по планетографска ширина. Тсарх Вилдоб намира грешка в неговите пресмятания. Поправете тази грешка. **[4т.]**

Б) Великият астроном разказва на ученика си, че е посещавал място, където в Деня на Високото слънце по пладне слънцето се издига до височина 40 слънчеви градуса, а половин година по-късно – до височина 32 слънчеви градуса над хоризонта. Младият ученик не може да повярва. Обяснете дали е възможно в този случай Великият астроном да не греши и подкрепете вашия отговор с пресмятания. **[5т.]**

В) До своята обсерватория Тсарх Вилдоб построява светилище в чест на Животворното слънце. Светилището представлява кръг, в средата на който стоят ъгломерните инструменти. По кръга са разположени 4 арки. В две от тях от центъра на кръга се вижда слънцето при изгрев и залез в Деня на Високото слънце, а в другите две то се вижда при изгрев и залез половин година след този ден. Направете необходимите пресмятания и начертайте схема на светилището, като означите посоките на света и положенията на арките по кръга. **[6т.]**

Задача 2. Приключенията на капитан Апостолов. Русенският капитан Преслав Апостолов пътува из космоса със своя междузвезден кораб и се оказва в най-различни ситуации, посещавайки различни звездни системи. В тази задача ще ви разкажем за три от тях, свързани със звездни системи, кръстени на откривателите си – приятели на капитан Апостолов от ученическите му години.

А) Веднъж капитан Апостолов посетил със своя кораб планета около малката звезда Нихат-23 с маса 0,34 слънчеви и останал там цяла година. Планетата обикаляла около Нихат-23 по кръгова орбита с период 56,0 d. Там той разпознал по небето своето родно Слънце, както и звездата Регул ($\lambda = 149,0^\circ$, $\beta = 0,5^\circ$ от Земята), и започнал редовни астрономически наблюдения с портативната си обсерватория. Той забелязал, че по небето на Нихат-23 Регул се намира много близо до малка галактика, която за Земята е почти точно в точката на есенно равноденствие. Той измерил, че годишният паралакс на Слънцето е 12,3 mas.

- Каква е била видимата звездна величина на Регул по небето на Нихат-23, ако на земното небе е 1,40 mag? Разстоянието Слънце-Регул е 24,30 pc.

- На коя дата Слънцето покрива Нихат-23 за земен наблюдател?

- Капитан Апостолов отлетял в посока обратна на Регул с постоянна скорост от хиляди километри в секунда в търсене на нови приключения и влязъл в криостаз. Инструментите на борда периодически измервали собственото движение илъчевата скорост на Слънцето. В даден момент бордовият компютър показаллъчева скорост на Слънцето с 30% по-висока от началната. С колко процента се е било понижило собственото движение на Слънцето?

[8т.]

Б) Веднъж капитан Апостолов се движел със своя кораб с изключени двигатели в орбита около звездата от Главната последователност Марина-37. Използвайки спектрографа на борда, той забелязал странно явление: съществувала друга, далечна звезда, такава, че сумата от радиалните скорости на Марина-37 и на далечната звезда, засечени от кораба, винаги давала една и съща стойност. Капитан Апостолов измерил с бордовия фотометър и записаллъчистия поток от Марина-37 в момент 1. След известно време, в момент 2, капитан Апостолов направил ново измерване и забелязал, челъчистият поток от Марина-37 се е повишил с точно 37% спрямо момент 1, а орбиталната скорост на кораба се е повишила с точно 3,7 km/s спрямо момент 1. Ако в момент 2лъчистият поток, измерен от кап. Апостолов е бил точно равен на потока, който Слънцето създава на Земята, то:

- изчислете орбиталната скорост на кораба в момент 2

- оценете масата, светимостта и спектралния клас на звездата Марина-37

[6т.]

В) Веднъж капитан Апостолов избирал коя е следващата звездна система, която ще посети. Започнал да изследва системата Виктор-09, намираща се на няколко парсека от него. Изчисленията му показали, че за да влезе в кръгова орбита около Виктор-09 с радиус на орбитата 100 радиуса на звездата, скоростта на кораба му спрямо звездата трябва да бъде 60 km/s. Капитан Апостолов веднага се отказал да доближава тази звезда. Защо? **[3т.]**

Задача 3. Двойна екзопланета. Около звезда от спектрален клас K5 се движи двойна планета на 0.4 астрономически единици от звездата. Звездата има светимост $L = 0,15L_S$, където L_S е светимостта на Слънцето, ефективна температура $T = 4350\text{K}$ и маса $M = 0,67M_S$, където M_S е масата на Слънцето.

Двойната планета се състои от планета подобна на Уран с маса $M = 15M_E$, където M_E е масата на Земята, и радиус $R = 25500\text{ km}$, и по-малка планета, подобна на Земята, която обикаля около голямата планета за $12^{\text{d}} 02^{\text{h}} 17^{\text{m}} 10^{\text{s}}$. Равнината на орбитата на по-малката планета лежи в равнината на орбитата на голямата планета около звездата. Пасажите са централни.

А) Когато започва първият наблюдаван пасаж на двойната планетата по диска на звездата по-малката планета е точно на орбитата на голямата планета, като я изпреварва и навлиза първа върху диска на звездата. Нека началото на този пасаж се случва във време $T = 0^{\text{h}} \text{ UT}$. Нарисувайте къде върху диска на звездата ще се проектират двете планети след 5 часа. Приемете, че по време на пасажа взаимното разположение на планетите не се променя. Кога ще приключи пасажа. [6т.]

Б) Определете с колко се променя потока от звездата по време на пасажа, като нарисувате схематично как изглежда кривата на блясъка в единици на поток, в подходящ мащаб. Обозначете върху рисунката амплитудата на кривата в моментите на промяна на потока. [4т.]

Приемете, че вашият приемник на светлина може да отчита промени от една десетохилядна от потока.

В) Кога при следващия пасаж голямата планета ще се намира в центъра на диска на звездата. Нарисувайте проекцията на двете планети върху диска на звездата в този момент, като работите с възможно най-голяма точност. [5т.]

Представяйте времената с точност до секунда.

Всички орбити са кръгови и лъчът на зрение лежи в тяхната равнина.

Упътване: Работете с голяма точност, но където е възможно използвайте подходящи приближения, които няма да променят съществено крайния резултат.

Справочни данни:

Астрономическа единица – $149597870,700\text{ km}$

Гравитационна константа – $6,67430 \cdot 10^{-11}\text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

Маса на Слънцето – $1,988475 \cdot 10^{30}\text{ kg}$

Ефективна температура на Слънцето – 5772 K

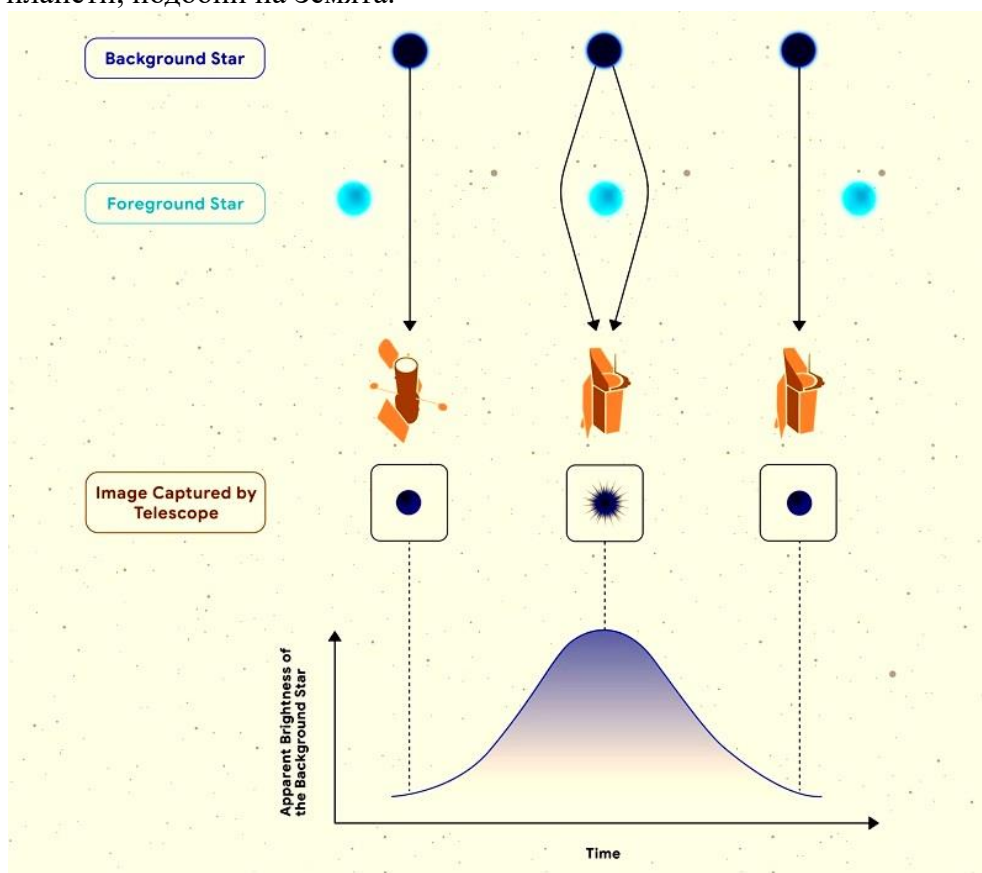
Радиус на Слънцето – 695700 km

Маса на Земята – $5,97217 \cdot 10^{24}\text{ kg}$

Среден радиус на Земята – $6371,0\text{ km}$

Продължителност на сидеричната година – $365,256363^{\text{d}}$

Задача 4. Гравитационна микролеца. Едно от следствията от Общата теория на относителността е, че масата закривява пространството и светлината пътува по най-краткия път през това огънато пространство. Ако на пътя между наблюдател и далечна звезда премине малка звезда или кафяво джудже (леца), това ще накара светлинните лъчи от далечния обект да се закривят и по-голяма част от тях да достигнат наблюдателя, водейки до повишение в блясъка. Това явление се нарича гравитационна микролеца. В случай, че около звездата-леца има планета, е възможно тя също да се озове по лъча на зрение между наблюдателя и задната звезда, създавайки втори, по-малък пик в кривата на блясъка. Този метод е третият най-разпространен за откриване на екзопланети, като към момента броят на регистрираните чрез него екзопланети е 278. Едно от най-големите му предимства е, че при него селективният ефект към по-големи маси не е толкова изразен, позволявайки да се откриват планети, подобни на Земята.

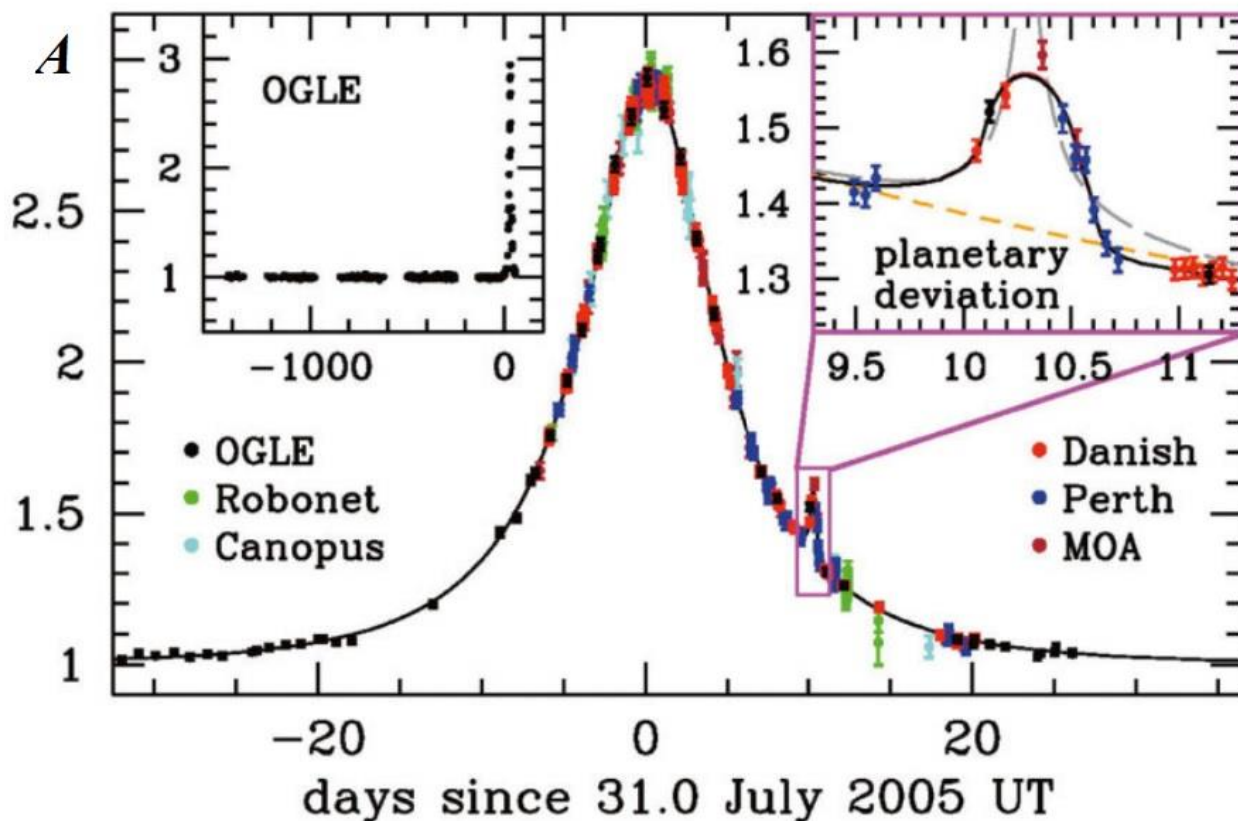


Дадена ви е крива на блясъка на непроменлива звезда на заден фон, пред която преминава такава звезда-леца, кръстена OGLE-2005-BLG-390L с координати $\alpha = 17^{\text{h}}54^{\text{m}}19.2^{\text{s}}$ и $\delta = -30^{\circ}22'38''$, на 6,6 крс от нас. Наблюдаваният втори, малък пик (увеличен горе вдясно на фигурата) е породен от планета, за която се предполага, че обикаля около звездата-леца по кръгова орбита с радиус 2,6 au с орбитален период 3500 d. Приемете, че по време на събитието планетата е близо до квадратура (т.е. направлението звезда-планета е перпендикулярно на зрителния лъч).

Обикновено от Земята наблюдаваме промяна на яркостта на точков източник при микролеците. Ако имаме техника с извънредно висока разделителна способност, щяхме да засечем как допълнителната светлина идва предимно от т.нар. „пръстен на Айнщайн“ –

малък кръг, проектиран около лещата. Ако d_S и d_L са разстоянията до източника и до лещата, то формулата за ъгловия радиус на пръстена на Айнщайн е:

$$\theta_E = \sqrt{\frac{4GM(d_S - d_L)}{c^2 d_S d_L}}$$



А) Факторът на увеличение A дава с колко пъти се повишава наблюдаваният поток благодарение на лещата спрямо базовия поток (без леща). Ако положим $u = \delta/\theta_E$, където δ е ъгловото разстояние между лещата и източника, то можем да използваме приближението

$$A = \frac{u^2 + 2}{u\sqrt{u^2 + 4}}$$

Това приближение обикновено не дава добри резултати за зоната на кривата на блясъка около пика, тъй като ъгловите размери на обектите, а и фитирането на данните оказват влияние. Въпреки това, то може успешно да бъде използвано за основата на повишението по кривата на блясъка (т.е. за крилата). Използвайки горната формула, пресметнете колко радиуса на Айнщайн е ъгловото разстояние между лещата и източника, когато лъчистият поток е усилен с 10%. [2г.]

Б) Измерете времевите интервали, за които звездата-леща и планетата-леща повишават блясъка с над 10%. [2т.]

В) Използвайте съображенията и резултатите в подусловия **А)** и **Б)**, за да пресметнете масата на планетата в земни маси. [5т.]

По масата на лещата се предполага, че тя е М4-джудже с фотосферна температура 3210 К и радиус 0,275 слънчеви радиуса.

Г) Ако допуснем, че Бонд-албедото на планетата е 50%, пресметнете средната температура на повърхността ѝ. [3т.]

Д) Светлината от лещата е пренебрежима спрямо светлината от източника и се губи в нея. Нека проверим дали бихме могли да засечем толкова слаб обект, ако източникът не съществуваше. Ако лещата е М4-джудже, най-удобният филтър, в който да се опитаме да го засечем, е филтър К. Защо е така? Във филтър К екстинкцията на звездите в галактичния център е 3,0 mag. За спектрален клас М4V болометричната корекция във филтър К е $BC_K = 2,74$. Пресметнете видимата звездна величина на звездата-леща във филтър К. [4т.]

Е) Има около 4% вероятност лещата да не е М4-звезда, а бяло джудже. Ако е така, то дали К е най-подходящият филтър, в който да се опитаме да засечем светлината от лещата. Ако не К, то кой? [2т.]

Справочни данни:

Гравитационна константа: $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

Маса на Слънцето: $1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

Ефективна температура на Слънцето: 5772 К

Радиус на Слънцето: 696000 km

Маса на Земята: $5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Абсолютна болометрична звездна величина на Слънцето: 4,75 mag