

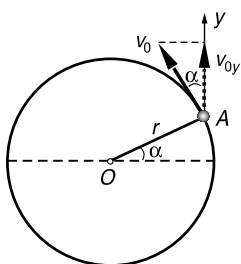
РЕШЕНИЯ И УКАЗАНИЯ по темата за 10. клас

Задача 1. а) От равенството $a_n = \frac{v_0^2}{r} = g \sin \alpha$

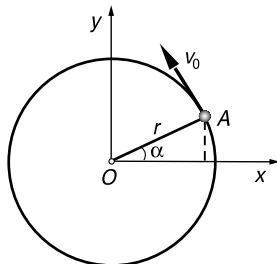
определяме скоростта $v_0 = \sqrt{rg \sin \alpha}$ **1 точка**

б) Когато нишката не е опъната, топчето се движи по парабола. Вертикалната компонента на началната му скорост (в точка A), е (фиг.1)

$$v_{0y} = v_0 \cos \alpha.$$



Фиг. 1.



Фиг. 2.

Максималната височина е

$$h = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{r \cos^2 \alpha \sin \alpha}{2} \dots\dots\dots \mathbf{2 \text{ точки}}$$

в) В най-горната точка вертикалната компонента на скоростта на топчето е нула $v_0 \cos \alpha - gt_1 = 0$, откъдето определяме времето на издигане

$$t_1 = \frac{v_0 \cos \alpha}{g} = \left(\frac{r \sin \alpha}{g} \right)^{1/2} \cos \alpha \dots\dots\dots \mathbf{2 \text{ точки}}$$

г) Нишката няма да е опъната, докато, движейки се по парабола, топчето не се отдалечи отново на разстояние r от точка O, в която е закрепен другият край на нишката. Избираме точка O за начало на правоъгълна координатна система, чиято ос x е хоризонтална (фиг.2). Тогава при движението по парабола:

$$x = r \cos \alpha - (v_0 \cos \alpha) t;$$

$$y = r \sin \alpha + (v_0 \cos \alpha) t - gt^2/2.$$

В момента $t = t_2$ топчето се намира на разстояние r от началото O, т.е. $x^2 + y^2 = r^2$. Вдигаме на квадрат двете страни на уравненията за x и y , събираме ги и след като отчетем, че $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ и $v_0^2 = rg \sin \alpha$, получаваме

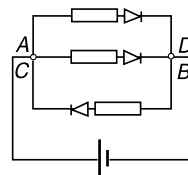
$$\frac{g^2 t_2^4}{2} - (v_0 g \cos \alpha) t_2^3 = 0.$$

Корените на това уравнение са $t_2 = 0$ (началното положение в точка A) и

$$t_2 = \frac{2v_0 \cos \alpha}{g} = 4 \left(\frac{r \sin \alpha}{g} \right)^{1/2} \cos \alpha \dots\dots \mathbf{4 \text{ точки}}$$

$$\mathbf{г) } t_2/t_1 = 4 \dots\dots\dots \mathbf{1 \text{ точка}}$$

Задача 2. а) При последователното свързване на резисторите ефективното съпротивление между точките A и D е $3R$, където R е съпротивлението на един резистор. Втората схема може да се начертае, както е показано на фиг.3.



Фиг. 3.

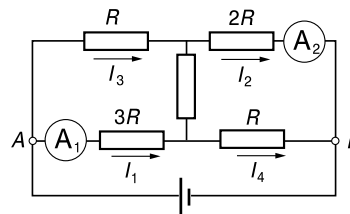
От нея се вижда, че диодът между точките B и C е свързан в обратна посока – през него не тече ток. Ефективното съпротивление на веригата в този случай е $R/2$, т.е. 6 пъти по-малко, а токът е 6 пъти по-голям:

$$6.100 \text{ mA} = 600 \text{ mA} \dots\dots\dots \mathbf{3 \text{ точки}}$$

б) За да тече максималният допустим ток 2 A през дадения проводник от нихром, неговото съпротивление трябва да е $220 \text{ V} / 2 \text{ A} = 110 \Omega$. От целия проводник могат да се отрежат три еднакви парчета, всяко със съпротивление 110Ω . Ще остане още едно парче със съпротивление 70Ω , което не може да се използва. Трите проводника трябва да се свържат последователно. Полученият нагревател ще е с максималната възможна мощност

$$P = 3(220 \text{ V}) \cdot (2 \text{ A}) = 1320 \text{ W} \dots\dots\dots \mathbf{3 \text{ точки}}$$

в) Сумата от токовете, които излизат от точка A (фиг.4), е равна на сумата от токовете, които влизат в точка B:



Фиг. 4.

$$I_1 + I_3 = I_2 + I_4$$

Падът на напрежението между точките A и B е:

$$U_{AB} = 3RI_1 + RI_4;$$

$$U_{AB} = RI_3 + 2RI_2.$$

От тези три уравнения получаваме

$$4I_1 = 3I_2 \text{ или } I_1/I_2 = 3/4 \dots\dots\dots \mathbf{4 \text{ точки}}$$

Задача 3. а) В равновесното положение

$$kx_{01} = 3kx_{02}; \quad x_{02} = x_{01}/3 = 1 \text{ cm} \dots\dots \mathbf{1 \text{ точка}}$$

б) $f = kx_{01} = 3kx_{02} = 0,3 \text{ N} \dots\dots\dots \mathbf{1 \text{ точка}}$

в) Отклоняваме системата от две трупчета на малко разстояние x от равновесното им положение. Възниква връщаща сила с големина

$$F = kx + 3kx = 4kx$$

както при пружинно махало с маса $2m$, закачено на „ефективна пружина“ с коефициент на еластичност $4k$. Периодът на трептене е

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{4k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}} \dots\dots\dots \mathbf{2 \text{ точки}}$$

$$T = 0,44 \text{ s} \dots\dots\dots \mathbf{1 \text{ точка}}$$

г) При отклонение x от равновесното положение движението на системата от две трупчета се описва от уравнението на втория принцип на механиката $4kx = 2ma$.

Записваме подобно уравнение за движението само на горното трупче

$$3k(x_{02} + x) - f = ma.$$

От двете уравнения изключваме ускорението a и изразяваме отклонението x

$$x = \frac{f - 3kx_{02}}{k}.$$

Максималното възможно отклонение от равновесното положение $x = A_{\max}$, при което двете трупчета не се хлъзгат едно спрямо друго, се достига, когато силата на триене между тях стане равна на максималната сила на триене при покой $f_{\max} = \mu mg$. Заместваме x и f във формулата за x и получаваме

$$A_{\max} = \frac{\mu mg - 3kx_{02}}{k} \dots\dots\dots \mathbf{4 \text{ точки}}$$

$$A_{\max} = 2 \text{ cm} \dots\dots\dots \mathbf{1 \text{ точка}}$$