

РЕШЕНИЯ

Задача 1. Нека p_1 е началното налягане, $V_1 = xS$ — началният обем на газа, а със S е означена площта на буталото. Тогава $p_1 S = kx$, където k е коефициентът на еластичност на пружината. В крайното състояние налягането p_2 се определя от равенството $p_2 S = \frac{3}{2} kx$.



От уравнението на състояние на газа следва изразът:

$$T_2 = (3p_2/2p_1)T_1 = (9/4)T_1,$$

където T_1 и T_2 са началната и крайната температура на газа. (6 т.)

От първия принцип на термодинамиката $\Delta U = Q + A$, където изменението на вътрешната енергия на газа е

$$\Delta U = \frac{3}{2} R (T_2 - T_1) = \frac{15}{8} R T_1,$$

Q е полученото от газа количество топлина, а A — извършената от външната сила работа. Тъй като еластичната сила е консервативна,

$$A = -\Delta E_p = -\left\{ \frac{1}{2} k \left(\frac{3}{2} x \right)^2 - \frac{1}{2} k x^2 \right\} = -\frac{5}{8} k x^2 = -\frac{5}{8} R T_1,$$

където E_p е потенциалната енергия на деформираната пружина и са използвани уравнението на състояние и изразите за p_1 и V_1 .

Тогава

$$Q = \Delta U - A = \frac{5}{2} R T_1. \quad (8 \text{ т.})$$

Извършената от газа работа при разширението на газа е $A' = -A$ и следователно

$$\frac{A'}{Q} = \frac{1}{4}. \quad (2 \text{ т.})$$

За произволно междинно състояние на газа с обем $V = zS$ и налягане $p = kz/S$ се получава

$$p = \alpha V. \quad (2 \text{ т.})$$

Тук

$$\alpha = k/S^2 = \text{const.}$$

Общо 18 точки.

Задача 2. При скорост на движение на проводника v за малък интервал време Δt магнитният поток на индукцията се изменя с $\Delta \Phi = Bvd\Delta t$ и в контура се появява ЕДН $\mathcal{E} = -\Delta \Phi / \Delta t = -Bvd$. Съгласно закона на Ом във веригата ще тече ток $I = \mathcal{E}/R$ и силата, действаща върху движещия се проводник, е $F = IBd = -B^2 d^2 v/R$ и е насочена против скоростта на движение. (7 т.)

Уравнението на движение при малко преместване Δx на проводника дава $m\Delta v = -B^2 d^2 \Delta x/R$. (4 т.)

Като се отчете, че пълното изменение на скоростта е $\Delta v = 0 - v_0 = -v_0$, за изминатото от проводника разстояние до спирането му се получава $l = mRv_0/B^2 d^2$. (4 т.)

Общо 15 точки

Задача 3. Ъглите β_1 и β_2 са свързани чрез равенството

$$\beta_2 = \beta_1 + 2\theta.$$

От закона за пречупване на лъчите на предната стена следва

$$\sin \alpha_1 / \sin \beta_1 = n, \quad \sin \alpha_2 / \sin (\beta_1 + 2\theta) = n. \quad (4 \text{ т.})$$

Тъй като $\theta \ll 1$ и $\sin (\beta_1 + 2\theta) \approx \sin \beta_1 + 2\theta \cos \beta_1$, се получава

$$\sin (\beta_1 + 2\theta) \approx \frac{\sin \alpha_1}{n} + 2\theta \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha_1}{n^2}}.$$

Тогава

$$\sin \alpha_2 = \sin \alpha_1 + 2\theta \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1}. \quad (6 \text{ т.})$$

92
Търсеният ъгъл φ е малък и затова $\varphi \approx \sin \varphi = \sin(\alpha_2 - \alpha_1)$. Тогава

$$\varphi = \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 - \cos \alpha_2 \sin \alpha_1.$$

При $\alpha_1 = 30^\circ$ е в сила равенството

$$\sin \alpha_2 = \frac{1 + 2\theta \sqrt{4n^2 - 1}}{2} \quad (4 \text{ т.})$$

и след изразяване на всички необходими тригонометрични функции чрез θ и n окончателно се получава

$$\varphi = \frac{2}{\sqrt{3}} \theta \sqrt{4n^2 - 1}. \quad (3 \text{ т.})$$

Общо 17 точки