

Решения на темата за 11. клас

Задача 1. Теглилки и макара.

а) $t = \frac{v_0}{g} = \boxed{0.4 \text{ s.}}$ [1 т.]

б) $h = \frac{gt^2}{2} = \frac{v_0^2}{2g} = \boxed{0.8 \text{ m.}}$ [2 т.]

в) [Не,] защото по вертикалата действа външна гравитационна сила. Тя не се компенсира от реакцията на опората при макаратата. [1 т.]

г) [Да,] защото само гравитацията извършва работа, а тя е включена в механичната енергия посредством съответната гравитационна потенциална енергия. [1 т.]

д) Избираме нулево ниво на потенциалната енергия, така че тя да е нула. Тъй като системата отначало е в покой, началната механична енергия тогава също е нула. Тя се запазва, така че ще е толкова и при достигането на земята. [1 т.]

Нишката е опъната, при което преместванията и скоростите на двете трупчета са еднакви. При достигане на земята преместването им е h (надолу за дясното, нагоре за лявото), а скоростта им е v . Потенциалната енергия на системата става $(m_2 - m_1)gh$ [0.5 т.], а кинетичната енергия става $\frac{m_1 v^2}{2} + \frac{m_2 v^2}{2}$ [0.5 т.]. Съответно

$$(m_2 - m_1)gh + \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} = 0,$$

$$v^2 = 2gh \cdot \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = v_0^2 \cdot \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2},$$

$$k \equiv \frac{m_2}{m_1}, \quad \left(\frac{v}{v_0}\right)^2 = \frac{1 - k}{1 + k}, \quad k = \frac{1 - \left(\frac{v}{v_0}\right)^2}{1 + \left(\frac{v}{v_0}\right)^2} = \boxed{0.6.} \quad [2 \text{ т.}]$$

Правилни динамични решения също получават пълен брой точки.

е) Ясно е, че $m = m_1 - m_2$. Тогава

$$m_1 = \frac{m}{1 - k} = \boxed{50 \text{ g}}, \quad m_2 = \frac{km}{1 - k} = \boxed{30 \text{ g.}} \quad [1 \text{ т.}]$$

Задача 2. Трупче.

а) На чертежа трябва да са означени сила на тежестта надолу [0.5 т.], нормална реакция със същата големина нагоре [0.5 т.], сила F надясно [0.5 т.], сила на триене f наляво [0.5 т.].б) Трупчето е в движение и резултантната сила е $F - kmg$ [1 т.]. Тя се задава и като ma [1 т.]. Тогава $a = \frac{F}{m} - kg = \boxed{4 \text{ m/s}^2}$ [1 т.].в) Търсеното време е $t' = t_0 + t_1$, където t_1 е времето за спиране. След премахването на F движението е равнозакъснително и действа само f , при което с $f = kmg = ma'$ намираме, че ускорението е $a' = kg$ [1 т.]. За t_0 се развива скорост $v = at_0$ [0.5 т.]. Тогава за спирането пишем $v - kgt_1 = 0$ [0.5 т.] и получаваме $t_1 = t_0 \frac{a}{kg} = t_0 \left(\frac{F}{kmg} - 1\right)$. Накрая $t' = \frac{F}{kmg} t_0 = \boxed{5 \text{ s}}$ [1 т.].г) Спирачният път при начална скорост v е $\frac{v^2}{2kg}$ [1 т.]. Събираме с пътя при равноускорителното движение и получаваме $s' = \frac{at_0^2}{2} + \frac{v^2}{2kg} = \frac{at_0^2}{2} + \frac{a^2 t_0^2}{2kg} = \frac{at_0^2}{2} \left(1 + \frac{a}{kg}\right)$. Така имаме $s' = \frac{at_0^2}{2} \left(\frac{F}{kmg}\right) = \frac{1}{2} \left(\frac{F}{m} - kg\right) \left(\frac{F}{kmg}\right) t_0^2 = \boxed{30 \text{ m}}$ [1 т.].

Задача 3. Космически кораби.

а) $M = \frac{4}{3}\pi(\rho(R^3 - R'^3) + \rho'R'^3) = \boxed{5 \times 10^{24} \text{ kg.}}$ [2 т.]

б) $a = \frac{\gamma M}{R^2} = \boxed{8.1 \text{ m/s}^2.}$ [2 т.]

в) От $a = \frac{v^2}{R}$ [1 т.] намираме $v = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}} = \boxed{7.2 \text{ km/s.}}$ [1 т.]

г) Работата трябва да приведе пълната механична енергия до положителна [1 т.]. В началото енергията е $E = \frac{mv^2}{2} - \frac{\gamma Mm}{R} = -\frac{\gamma Mm}{2R}$. Затова работата е $A = \frac{\gamma Mm}{2R} = \boxed{2.3 \times 10^{11} \text{ J.}}$ [1 т.]

д) От ЗЗЕ $\frac{v^2}{2} - \frac{\gamma M_{\odot}}{r_0} = 0 - \frac{\gamma M_{\odot}}{r}$ [1.5 т.]. Пресмятането дава $r = 4.8 \times 10^8 \text{ km.}$ [0.5 т.]