

**Министерство на образованието и науката**  
**Областен кръг на олимпиадата по физика**

26 март 2006 г.

Тема 9. клас

Решения и указания за оценяване

**Задача 1.** Капацитетът  $C_1$  на кондензатора от фиг. 1, а може да се разглежда като еквивалентен на два успоредно свързани кондензатора  $C_1'$  и  $C_1''$ :

$$C_1' = \frac{\epsilon_0 S/2}{d} = \frac{\epsilon_0 S}{2d}, \quad C_1'' = \frac{\epsilon_0 \epsilon S/2}{d} = \frac{\epsilon_0 S}{2d} \epsilon \quad (2 \text{ т.})$$

и е равен на

$$C_1 = C_1' + C_1'' = \frac{\epsilon_0 S}{d} \cdot \frac{\epsilon + 1}{2}. \quad (1 \text{ т.})$$

Капацитетът  $C_2$  на кондензатора от фиг. 1, б може да се разглежда като еквивалентен на два последователно свързани кондензатора  $C_2'$  и  $C_2''$ :

$$C_2' = \frac{\epsilon_0 S}{d/2} = 2 \frac{\epsilon_0 S}{d}, \quad C_2'' = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d/2} = \frac{\epsilon_0 S}{d} \cdot 2\epsilon \quad (2 \text{ т.})$$

и е равен на

$$C_2 = \frac{C_2' C_2''}{C_2' + C_2''} = \frac{\epsilon_0 S}{d} \cdot \frac{2\epsilon}{\epsilon + 1}. \quad (1 \text{ т.})$$

За да определим капацитета на кой кондензатор е по-голям нека допуснем, че  $C_1 > C_2$ . Тогава

$$\frac{\epsilon + 1}{2} > \frac{2\epsilon}{\epsilon + 1}, \quad (\epsilon - 1)^2 > 0,$$

което е вярно неравенство за всяко  $\epsilon$ , тъй като  $\epsilon > 1$ . Следователно е изпълнено неравенството  $C_1 > C_2$ . (1 т.)

б) Образоваме отношението  $\frac{C_1}{C_2} = \alpha > 1$ , (0,5 т.) т.е.

$$\alpha = \frac{(\epsilon + 1)^2}{4\epsilon}, \quad \epsilon^2 - 2\epsilon(2\alpha - 1) + 1 = 0. \quad (1 \text{ т.})$$

След решаване на квадратното уравнение имаме

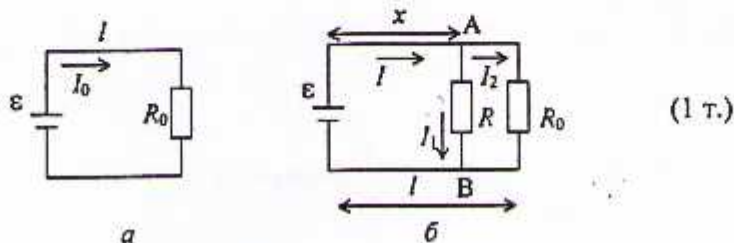
$$\epsilon_{1,2} = (2\alpha - 1) \pm \sqrt{4\alpha(\alpha - 1)} = 2\sqrt{\alpha - 1}(\sqrt{\alpha - 1} \pm \sqrt{\alpha}). \quad (0,5 \text{ т.})$$

От двата корена физически смисъл има само

$$\epsilon = 2\sqrt{\alpha - 1}(\sqrt{\alpha - 1} + \sqrt{\alpha}),$$

тъй като той е положителен и по-голям от единица. (1 т.)

**Задача 2.** а) На фиг. 1, а е показана еквивалентната схема на двупроводната линия без да е повредена изолацията, а на фиг. 1, б – след повреждане на изолацията.



фиг. 1

Можем да запишем

$$\varepsilon = (R_0 + 2\rho l)I_0, \quad (1 \text{ т.})$$

$$\varepsilon = RI_1 + 2\rho xI. \quad (1 \text{ т.})$$

От равенството на напреженията върху съпротивлението  $R$  и участъка от линията, включващ дължина  $l - x$  и съпротивлението  $R_0$  намираме

$$I_1 R = I_2 [R_0 + 2(l - x)\rho]. \quad (1 \text{ т.})$$

Освен това

$$I = I_1 + I_2, \quad I = 2I_0, \quad I_2 = \frac{1}{3}I_0, \quad (0,5 \text{ т.})$$

откъдето следва

$$I_1 = \frac{5}{3}I_0. \quad (0,5 \text{ т.})$$

Изключваме ЕДН от първите две уравнения

$$\frac{5}{3}R + 4\rho x = R_0 + 2\rho l. \quad (1 \text{ т.})$$

Освен това имаме

$$\frac{5}{3}R = \frac{1}{3}[R_0 + 2(l - x)\rho], \quad (1 \text{ т.})$$

откъдето получаваме

$$R = \frac{3}{25}(R_0 + 2\rho l) = 3 \Omega. \quad (1 \text{ т.})$$

б) За разстоянието  $x$  намираме

$$x = \frac{1}{5} \frac{(R_0 + 2\rho l)}{\rho} = 4 \text{ km.} \quad (2 \text{ т.})$$

Задача 3. Напрежението между краищата на реостата е

$$U = \varepsilon - Ir. \quad (1 \text{ т.})$$

Ако означим  $I_1 = 1 \text{ A}$ ,  $U_1 = 12 \text{ V}$ ,  $I_2 = 5 \text{ A}$ ,  $U_2 = 4 \text{ V}$  (1 т.) можем да запишем

$$U_1 = \varepsilon - I_1 r, \quad (1 \text{ т.})$$

$$U_2 = \varepsilon - I_2 r, \quad (1 \text{ т.})$$

откъдето намираме

$$\varepsilon = \frac{U_1 I_2 - U_2 I_1}{I_2 - I_1} = 14 \text{ V}, \quad (1 \text{ т.})$$

$$r = \frac{U_1 - U_2}{I_2 - I_1} = 2 \Omega. \quad (1 \text{ т.})$$

б) Консумираната от реостата мощност е

$$P = IU = \varepsilon I - I^2 r = \frac{\varepsilon^2}{4r} - r \left( I - \frac{\varepsilon}{2r} \right)^2. \quad (2 \text{ т.})$$

От израза се вижда, че мощността ще е максимална при

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{2r} = 3,5 \text{ A}, \quad (1 \text{ т.})$$

$$U_0 = \frac{\varepsilon}{2} = 7 \text{ V}. \quad (1 \text{ т.})$$