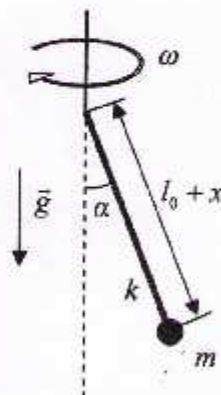


200

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
Национален кръг на Олимпиадата по физика
Теоретична тема, 3 май 2008 г.

Задача 1. Въртяща се пружина с топче

На пружина с пренебрежима маса, дължина l_0 в неразтегнато състояние и коефициент на еластичност k е закачено топче (материална точка) с маса m . Пружината заедно с топчето се въртят с ъглова скорост ω около вертикална ос, както е показано на фигурата. Пружината сключва ъгъл α с вертикалата. Земното ускорение е g .



а) Намерете разтягането на пружината x . [5 т.]

б) Определете $\cos \alpha$. [3 т.]

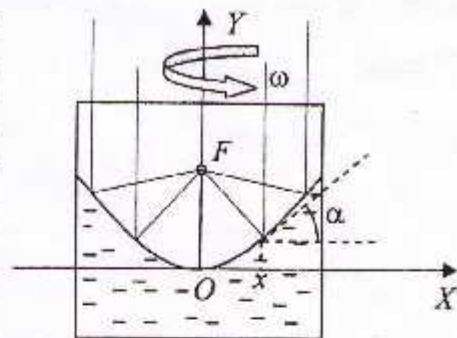
в) Какво е множеството от честоти $\{\omega\}$, при които получените формули за разтягането на пружината x и $\cos \alpha$ в горните две подусловия са верни (имат физичен смисъл)? [3 т.]

г) Съществува ли комбинация от l_0, g, k и m , при която $\{\omega\}$ е празно множество [1 т.]

д) Начертайте графиките на $x = f(\omega)$ и $\cos \alpha = g(\omega)$ при $\omega \in (0, \infty)$ и ги обосновайте (стойности на функциите в специални точки, минимума, максимуми, форма на кривите, изпъкналост, асимптоти и т.н.). [3 т.]

Задача 2. Параболично огледало

Течност е налята в цилиндричен съд. Съдът започва да се върти с постоянна ъглова скорост ω , при което свободната повърхност на течността се изкривява. Всички разглеждания в задачата се отнасят за достатъчно дълго време след началото на въртенето, когато формата на свободната повърхност на течността вече не се променя с времето. Оста X е хоризонтална и лежи в равнината на чертежа, а оста Y е вертикална. Началото O на координатната система се намира в най-ниската точка от изкривената свободна повърхност. Земното ускорение е $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.



а) Изразете компонентите a_x и a_y на ускорението на точка от свободната повърхност чрез нейната координата x , ω и g . [2 т.]

б) Нека α е ъгълът на наклона на свободната повърхност в тази точка спрямо хоризонталата. Изразете $\tan \alpha$ чрез x , ω и g . [4 т.]

в) Формата на свободната повърхност на течността се дава с уравнението $y = Ax^2$. Изразете константата A чрез ω и g . [3 т.]

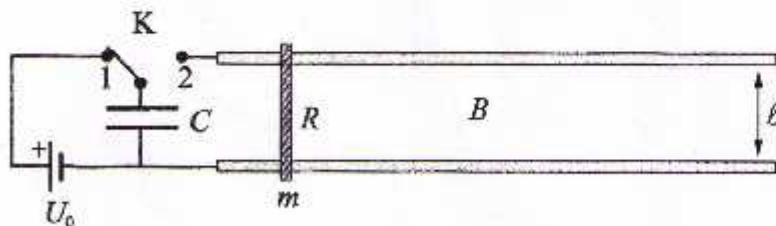
г) Успореден светлинен сноп пада вертикално върху изкривената повърхност на течността. Оказва се, че всички отразени от повърхността лъчи се пресичат в една точка F (фокус) от оста Y на разстояние $f = |OF|$ (фокусно разстояние) от точката O . Изразете фокусното разстояние f чрез константата A , въведена в предишната точка. Пресметнете f , ако съдът се върти с честота $n = 60 \text{ об/мин}$. [6 т.]

Полезна формула:

$$\operatorname{tg}(2\alpha) = \frac{2\operatorname{tg}(\alpha)}{1 - \operatorname{tg}^2(\alpha)}$$

Задача 3. Електромагнитно оръдие

На фигурата е показана опростена схема на електромагнитно оръдие. Две успоредни метални релси с пренебрежимо малко електрично съпротивление са разположени в хоризонтална равнина на разстояние $\ell = 0,2$ m една от друга. Перпендикулярно на релсите е поставена проводяща пръчка с маса m и съпротивление R , която може да се хлъзга по релсите без триене. Единият край на релсите се свързва към кондензатор с капацитет $C = 0,5$ F, както е показано на фигурата. Кондензаторът се зарежда от източник с напрежение $U_0 = 6$ kV. Системата се намира в еднородно магнитно поле с индукция $B = 0,6$ T, която е насочена вертикално. Индуктивността на електрическата верига се пренебрегва.



- а) Ключът К е в положение 1. Колко е енергията W_0 на заредения кондензатор? [1 т]

Преместваме ключа К в положение 2 и пръчката започва да се отдалечава от кондензатора.

- б) Каква е посоката на магнитното поле (нагоре или надолу)? [0,5 т]
 в) Получете формула за ускорението на пръчката в началния момент. [1,5 т]
 г) По време на движението скоростта на пръчката нараства, а зарядът на кондензатора намалява. Изразете максималната скорост $v_{\max}$ на пръчката и минималния заряд $q_{\min}$ на кондензатора чрез дадените в условието на задачата величини. [4,5 т]
 д) Пресметнете максималната скорост $v_{\max}$ за пръчка с маса $m = 1$ kg. [0,5 т]

Ефективността (КПД) на електромагнитното оръдие е $\eta = \frac{E_{\max}}{W_0}$, където $E_{\max}$ е максималната

кинетична енергия на пръчката, а W_0 е енергията на заредения кондензатор в началния момент.

- е) Изразете ефективността на оръдието чрез дадените в условието на задачата величини. [1 т]
 ж) Колко е максималната възможна ефективност на оръдието и при каква маса m на пръчката се достига тя? [3 т]
 з) Колко е максималната скорост $v_{\max}$ на пръчката, когато е изпълнено условието за максимална ефективност? [1 т]
 и) Каква част от енергията на заредения кондензатор се превръща в джаулова топлина за оръдие с максимална ефективност? [1 т]
 к) Възможно ли е при зададените параметри оръдието да достигне максималната си ефективност? Обосновете отговора си. [1 т]

Задача 4. Излъчване на молекула въглероден диоксид

При температура $t = 17^\circ\text{C}$ показателят на адиабатата на идеален газ от въглероден диоксид е $\gamma = 1,30$. Молекулата CO_2 е линейна – в равновесната конфигурация атомите въглерод (C) и кислород (O) са разположени върху права линия. При указаната температура молекулата CO_2 извършва следните независими движения:

- 1) постъпателни движения
- 2) въртеливи движения
- 3) две хармонични трептения с една и съща честота ν .

а) Намерете топлинния капацитет C_V на газа. Изразете резултата чрез универсалната газова константа R . [3 т]

б) Определете приноса на трептенията C_V^{vib} в моларния топлинен капацитет C_V на газа. [4 т]

в) Ако средната енергия на хармоничните трептения с честота ν на една молекула при температура T е:

$$\varepsilon = h\nu + \frac{2h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1},$$

изведете израз за моларния топлинен капацитет C_V^{vib} . Тук $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ е константата на Болцман. [3 т]

г) Пресметнете дължината на вълната λ на електромагнитните вълни с честота ν и определете в коя част на електромагнитния спектър молекулата CO_2 излъчва и поглъща. [5 т]

Упътване. Уравнението

$$e^{\frac{x}{2}} - e^{-\frac{x}{2}} = 1,55x$$

има решение $x = 3,38$.