

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Олимпиада по физика, Национален кръг, Плевен, 1 май 2010 г.
Решения на темата за 8 клас

Задача 1. Метро.

а) Средната скорост на движение на мотрисите между първата и последната спирка е $v_{\text{ср}} = 17875 \text{ m} / 22,5 \text{ min} \approx 13,2 \text{ m/s} \approx 47,7 \text{ km/h}$. **[0,5 т.]**

б) Разстоянието между две станции е $L = 17875 \text{ m} / 13 = 1375 \text{ m}$. **[0,5 т.]**

в) Времето на движение между две станции е $T_{\text{движ}} = \frac{22,5 \text{ min} - 12,15 \text{ s}}{13} = 90 \text{ s}$. **[1 т.]**

г) Времето $T_{\text{уск}}$, за което мотрисата от покой достига максималната си скорост, може да се намери от закона за пътя: $L = \frac{1}{2} a T_{\text{уск}}^2 + V_{\text{max}} (T_{\text{движ}} - 2T_{\text{уск}}) + \frac{1}{2} a T_{\text{уск}}^2$ **[0,5 т.]**. От

друга страна $a = V_{\text{max}} / T_{\text{уск}}$ **[0,5 т.]**. Следователно $L = \frac{V_{\text{max}}}{T_{\text{уск}}} T_{\text{уск}}^2 + V_{\text{max}} (T_{\text{движ}} - 2T_{\text{уск}}) =$

$$L = V_{\text{max}} (T_{\text{движ}} - T_{\text{уск}}) \text{ [0,5 т.]}. T_{\text{уск}} = T_{\text{движ}} - \frac{L}{V_{\text{max}}} = 90 \text{ s} - \frac{1375 \text{ m}}{90 \text{ km/h}} = 90 \text{ s} - 55 \text{ s} = 35 \text{ s}. \text{ [0,5 т.]}$$

д) Ускорението $a = V_{\text{max}} / T_{\text{уск}} = \frac{25 \text{ m/s}}{35 \text{ s}} = 0,71 \text{ m/s}^2$ **[0,5 т.]**

е) Спирачния път на мотрисата е $L_{\text{спир}} = \frac{1}{2} a T_{\text{уск}}^2 = \frac{V_{\text{max}} \cdot T_{\text{уск}}}{2} = \frac{25 \text{ m/s} \cdot 35 \text{ s}}{2} = 437,5 \text{ m}$. **[0,5 т.]**

ж) Кинетичната енергия на мотрисата, когато се движи с максималната си скорост, е $E_{\text{кин}} = \frac{m V_{\text{max}}^2}{2} = \frac{47000 \text{ kg} \cdot (25 \text{ m/s})^2}{2} \approx 1,47 \cdot 10^7 \text{ J} = 14,7 \text{ MJ}$ **[0,5 т.]**

з) Средната мощност, която трябва да има всеки електродвигател на мотрисата, за да осигури нейното ускорително движение, е $P = \frac{1}{4} \frac{A}{T_{\text{уск}}} = \frac{1}{4} \frac{E_{\text{кин}}}{T_{\text{уск}}} \text{ [0,5 т.]} = \frac{1}{4} \frac{14,7 \text{ MJ}}{35 \text{ s}} \approx 1,05 \cdot 10^5 \text{ W} = 105 \text{ kW}$ **[0,5 т.]**.

и) Средният ток, който консумира всеки електродвигател на мотрисата по време на нейното ускорително движение, е $I = P / U = 105 \text{ kW} / 825 \text{ V} \approx 127 \text{ A}$ **[0,5 т.]**

к) Тъй като всяка мотриса се движи в една посока 22,5 min, при почивка на всяка крайна станция за време 7,5 min, мотрисата започва следващия си курс от същата начална станция точно след 60 min **[0,5 т.]**. При движение през интервал от 5 min са нужни 60 min / 5 min = 12 мотриси **[0,5 т.]**.

л) В момента, когато една мотриса (да я наречем М1) тръгва от начална (да я наречем С1) станция, мотриса М2 точно в този момент спира на станция С4, М3 се движи равномерно и ѝ остават 15 s за да спре на С7, М4 се движи равномерно и ѝ остават 30 s за да спре на С10, М5 се движи равномерно и ѝ остават 45 s за да спре на С13, а М6 почива вече 2,5 min на другата крайна станция. Останалите 6 мотриси се движат по същия начин, но в обратна посока **[1,5 т.]**.

м) Внимателното проследяване на една от мотрисите (например М1) показва, че на нито една станция тя няма да е в покой заедно с друга мотриса. Това, разбира се, ще важи и за всички останали мотриси **[0,5 т.]**.

Задача 2. Балони с хелий.

а) В равновесие силите, действащи на балона, се уравниават. Силите са две – сила на тежестта и Архимедова сила. Следователно,

$$\rho_{\text{He}} \frac{4}{3} \pi R_{\min}^3 g + \rho_{\text{гум}} 4 \pi R_{\min}^2 dg = \rho_{\text{air}} \frac{4}{3} \pi R_{\min}^3 g \quad [1 \text{ т.}]$$

След преобразуване и съкращаване се получава

$$R_{\min} = \frac{3 \rho_{\text{гум}} d}{\rho_{\text{air}} - \rho_{\text{He}}} \quad [1 \text{ т.}]$$

$$R_{\min} = \frac{3.1039 \text{ kg/m}^3 \cdot 1.10^{-3} \text{ m}}{1.205 \text{ kg/m}^3 - 0.1664 \text{ kg/m}^3} = 3.00 \text{ m} \quad [0.5 \text{ т.}]$$

б) Масата m_0 на гумираната материя на балона с радиус $R_{\min}$ е $m_0 = \rho_{\text{гум}} 4 \pi R_{\min}^2 d$ **[0,5 т.]**

$$= 1039 \text{ kg/m}^3 \cdot 4 \pi \cdot 3^2 \text{ m}^2 \cdot 1.10^{-3} \text{ m} \approx 118 \text{ kg} \quad [0.5 \text{ т.}]$$

в) Тъй като сумата на двете сили ще е равна на

$$F = \rho_{\text{He}} \frac{4}{3} \pi R_{\min}^3 g + \rho_{\text{гум}} 4 \pi R_{\min}^2 dg - \rho_{\text{air}} \frac{4}{3} \pi R_{\min}^3 g = \frac{4}{3} \pi R^2 g [-(\rho_{\text{air}} - \rho_{\text{He}})R + 3 \rho_{\text{гум}} d] =$$
$$\frac{4}{3} \pi R^2 g (\rho_{\text{air}} - \rho_{\text{He}}) R \left[\frac{3 \rho_{\text{гум}} d}{(\rho_{\text{air}} - \rho_{\text{He}}) R} - 1 \right], \text{ при } R < R_{\min}, \text{ силата ще е насочена надолу и}$$

балонът ще пада, а при $R < R_{\min}$ ще се издига **[0,5 т.]**.

г) Нека когато на балон с радиус R като се окачи допълнителна тежест с маса m , той да е в равновесие. Следователно

$$mg + \rho_{\text{He}} \frac{4}{3} \pi R_{\min}^3 g + \rho_{\text{гум}} 4 \pi R_{\min}^2 dg = \rho_{\text{air}} \frac{4}{3} \pi R_{\min}^3 g$$

[0,5 т.] След преобразуване

$$m = -\rho_{\text{He}} \frac{4}{3} \pi R^3 - \rho_{\text{гум}} 4 \pi R^2 d + \rho_{\text{air}} \frac{4}{3} \pi R^3 = 4 \pi R^2 \left[\frac{(\rho_{\text{air}} - \rho_{\text{He}}) R}{3} - \rho_{\text{гум}} d \right] = [1 \text{ т.}]$$
$$4 \pi R^2 \rho_{\text{гум}} d \left[\frac{(\rho_{\text{air}} - \rho_{\text{He}}) R}{3 \rho_{\text{гум}} d} - 1 \right] = 4 \pi R^2 \rho_{\text{гум}} d \frac{R_{\min}^2}{R_{\min}^2} \left[\frac{(\rho_{\text{air}} - \rho_{\text{He}}) R}{3 \rho_{\text{гум}} d} - 1 \right] = m_0 \frac{R^2}{R_{\min}^2} \left[\frac{R}{R_{\min}} - 1 \right] \quad [1 \text{ т.}]$$

От последната формула лесно се смята, че за отношение $R/R_{\min}$, съответно равно на 2, 3, 4 и 5, отношението m/m_0 съответно е равно на 4, 18, 48 и 100 **[1 т.]**.

д) Изпуснатият балон с радиус $NR_{\min}$ и без допълнителна тежест ще достигне такава височина, че там действащите му сили да се уравниават. Нека с $\rho_{\text{air}}(h)$

бележим плътността на въздуха на височина h . Тогава

$$\rho_{\text{He}} \frac{4}{3} \pi N^3 R_{\min}^3 g + \rho_{\text{гум}} 4 \pi N^2 R_{\min}^2 dg = \rho_{\text{air}}(h) \frac{4}{3} \pi N^3 R_{\min}^3 g$$

След съкращения и заместване на $R_{\min}$ с резултата от подусловие а), $\rho_{\text{air}}(h) = \frac{\rho_{\text{air}} + (N-1)\rho_{\text{He}}}{N}$ **[1 т.]**. Замествайки с

$$\text{дадените стойности } \rho_{\text{air}}(h) = \frac{1.205 \text{ kg/m}^3 + (2-1)0.1664 \text{ kg/m}^3}{2} \approx 0.686 \text{ kg/m}^3 \quad [0.5 \text{ т.}]$$

Използвайки дадената графика, определяме, че $h_0 \approx 4.8 \text{ km}$ **[1 т.]**.

Задача 3. Нагreti топчета върху лед.

а) Цялото количество топлина Q_{Fe} , която едно топче може да отдели, е

$$Q_{\text{Fe}} = c_{\text{Fe}} \rho_{\text{Fe}} \frac{4}{3} \pi r^3 (100^\circ \text{C} - 0^\circ \text{C}) \quad [2 \text{ т.}]$$

б) $Q_{Fe} = \lambda \rho_{ice} \left(\pi r^2 h + \frac{1}{2} \frac{4}{3} \pi r^3 \right)$ [1 т.]. Използвайки горното уравнение

$$h = \frac{4c_{Fe}\rho_{Fe}100^\circ Cr}{3\lambda\rho_{ice}} - \frac{2}{3}r \text{ [2 т.].}$$

в) Дълбочината H , на която топчето ще се премести надолу в леда, е $H = h + r$ [0,5 т.] =

$$= \frac{4c_{Fe}\rho_{Fe}100^\circ Cr}{3\lambda\rho_{ice}} + \frac{1}{3}r = \left(\frac{4c_{Fe}\rho_{Fe}100^\circ C}{\lambda\rho_{ice}} + 1 \right) \frac{r}{3} \text{ [0,5 т.].}$$

Височината H е пропорционална

на радиуса r [1 т.].

г) Замествайки с дадените стойности

$$H = \left(\frac{4.475 J / (kg.K) \cdot 7,9 \cdot 10^3 kg / m^3 \cdot 100^\circ C}{3,34 \cdot 10^5 J / kg \cdot 0,9 \cdot 10^3 kg / m} + 1 \right) \frac{1 \cdot 10^{-2} m}{3} \approx 0,020 m = 2,0 cm \text{ [3 т.].}$$