

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Олимпиада по физика, Национален кръг
Кърджали, 30 април 2011 г.
Решения на темата за 9. клас

Задача 1.

А) Разглеждаме токовия контур, образуван от пръчката, релсите и кондензатора. Ако разстоянието между пръчката и кондензатора е x , потокът на магнитното поле през контура е:

$$\Phi = Bxd. \quad [0,5 \text{ т}]$$

За интервал от време Δt разстоянието се променя с:

$$\Delta x = v\Delta t, \quad [0,5 \text{ т}]$$

а магнитният поток през контура с:

$$\Delta\Phi = B\Delta xd = Bvd\Delta t. \quad [0,5 \text{ т}]$$

От закона на Фарадей следва, че индуцираното в контура ЕДН е:

$$U = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = Bvd. \quad [1 \text{ т}]$$

Зарядът на кондензатора е: $q = CU = CBvd. \quad [0,5 \text{ т}]$

Б) За време Δt скоростта на пръчката нараства с

$$\Delta v = a\Delta t, \quad [0,5 \text{ т}]$$

а зарядът на кондензатора съответно с:

$$\Delta q = CBd\Delta v = CBda\Delta t. \quad [0,5 \text{ т}]$$

Този заряд минава през напречното сечение на пръчката. Следователно токът през пръчката е:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = CBda. \quad [1 \text{ т}]$$

В) Съгласно с правилото на Ленц индуцираният ток има такава посока, че създаденото от него магнитно поле е насочено противоположно на външното поле, т.е. от вас към чертежа. [0,5 т]

Като приложим правилото на свитите пръсти на дясната ръка, стигаме до извода, че токът тече от N към M . [0,5 т]

Г) От правилото на изпънатите пръсти на дясната ръка следва, че на пръчката действа магнитна сила F_m , насочена противоположно на посоката на движение. За чертеж с правилно означени посоки на силите [1 т]

От закона на Ампер следва, че:

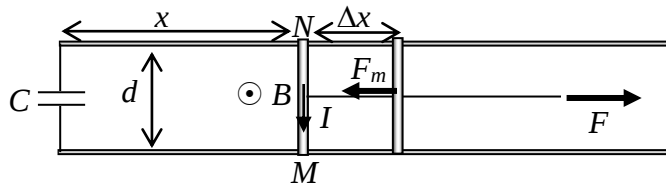
$$F_m = IBd = CB^2d^2a. \quad [1 \text{ т}]$$

От II принцип на Нютон следва:

$$ma = F - F_m = F - CB^2d^2a, \quad [1 \text{ т}]$$

Откъдето намираме:

$$a = \frac{F}{m + CB^2d^2}. \quad [1 \text{ т}]$$



Задача 2.

А) Понеже точките M и N имат еднакви потенциали, веригата е еквивалентна на следната верига: **[0,5 т]**

Еквивалентното съпротивление на лявата секция е:

$$R_{1-2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \quad \text{[0,25 т]}$$

а на дясната:

$$R_{3-4} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}. \quad \text{[0,25 т]}$$

Понеже двете секции са свързани последователно към източника, еквивалентното съпротивление на веригата е:

$$R_e = R_{1-2} + R_{3-4} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} \quad \text{[0,5 т]}$$

или $R_e = 80 \Omega.$ **[0,5 т]**

Б) Токът в общата част на веригата е:

$$I = \frac{U}{R_e} = 0,3 \text{ A}.$$

Напрежението върху резисторите 1 и 2 е:

$$U_{1-2} = IR_{1-2} = 18 \text{ V},$$

а токът през резистора 2:

$$I_2 = \frac{U_{1-2}}{R_2} = 0,18 \text{ A}. \quad \text{[1 т]}$$

Напрежението върху резисторите 3 и 4 е:

$$U_{3-4} = U - U_{1-2} = 6 \text{ V},$$

а токът през резистора 4:

$$I_4 = \frac{U_{3-4}}{R_4} = 0,2 \text{ A}. \quad \text{[1 т]}$$

Приемаме за положителна посоката на тока от M към N . Тогава токът през жичката MN е:

$$I_{MN} = I_2 - I_4 = -0,02 \text{ A}. \quad \text{[0,5 т]}$$

Знакът „-“ показва, че действителната посока на тока е от N към M . **[0,5 т]**

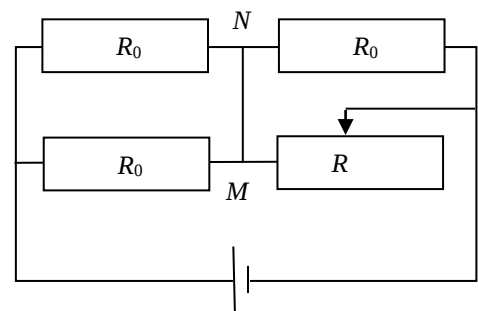
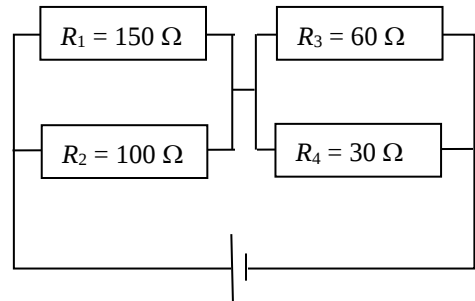
В) I случай – отпушен диод. Тогава веригата е еквивалентна на веригата от т. А и Б, като

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_0 \text{ и } R_4 = R. \quad \text{[0,5 т]}$$

Еквивалентното съпротивление на веригата в този случай е:

$$R_e = \frac{R_0}{2} + \frac{R_0 R}{R_0 + R}. \quad \text{[0,5 т]}$$

За да бъде диодът отпушен, е нужно токът да тече от M към N . Като повторим разсъжденията от предишната



задача, стигаме до извода, че това е възможно, когато $R > R_0$.

[0,5 т]

II случай – запущен диод. Веригата е еквивалентна на следната:

[0,5 т]

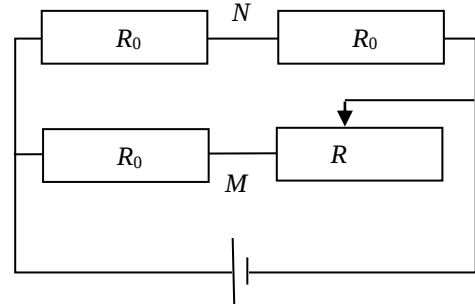
В този случай $R \leq R_0$.

[0,5 т]

Еквивалентното съпротивление на веригата е:

$$R_e = \frac{2R_0(R_0 + R)}{3R_0 + R}.$$

[0,5 т]



В) Можем да използваме факта, че когато $R = R_0$, $R_e = R = R_0$.

[0,5 т]

Затова, построяваме правата, съответстваща на функцията $y = x$. Пресечната точка на тази права с графиката на R_e от R , дава търсената стойност:

[0,5 т]

$$R = R_0 = (42 \pm 1) \Omega$$

[0,5 т]

[0,5 т за графичното построение]

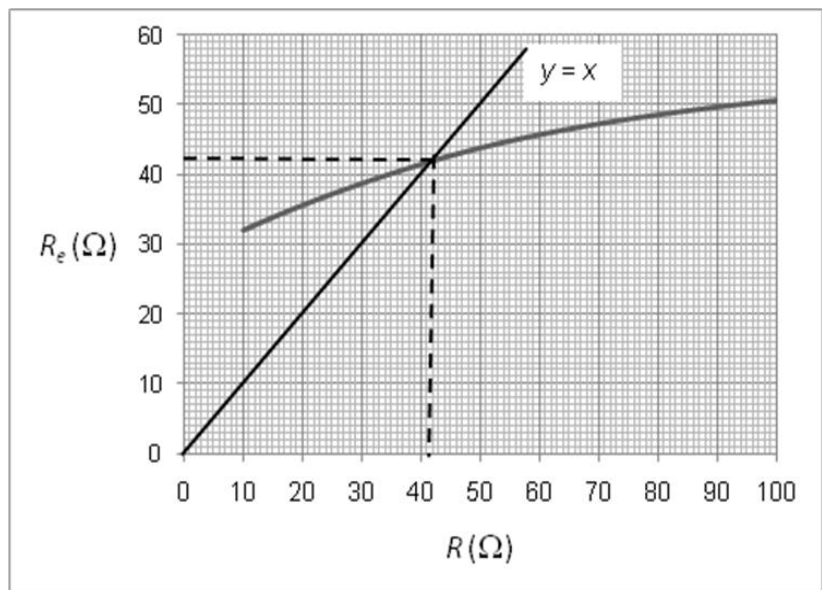
Възможно е и директно отчитане на R_e при една или при няколко стойности на R . Стойността на R_0 се определя от решаване на уравнението

$$R_e = \frac{R_0}{2} + \frac{R_0 R}{R_0 + R}$$

или

$$R_e = \frac{2R_0(R_0 + R)}{3R_0 + R}$$

в зависимост от големината на R .



Задача 3.

А) Периодът на трептене е:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

[0,5 т]

или

$$T = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{0,2 \text{ kg}}{80 \text{ N/m}}} = 0,314 \text{ s}$$

[0,5 т]

Б) Трупчето трепти симетрично спрямо равновесното си положение. Дължината на пружината, когато трупчето е в равновесие, се определя от равенството на силата на тежестта и силата на еластичност:

$$mg = k(\ell_0 - \ell_p). \quad [0,5 \text{ т}]$$

Оттук намираме:

$$\ell_p = \ell_0 - \frac{mg}{k} = 0,075 \text{ m} = 7,5 \text{ cm} \quad [0,5 \text{ т}]$$

Амплитудата е равна на началното отклонение от равновесното положение:

$$A = \ell_p - \ell_1 = 5 \text{ cm} \quad [0,5 \text{ т}]$$

В) От най-долното до най-горното положение трупчето изминава път:

$$s = 2A \quad [0,5 \text{ т}]$$

за време:

$$t = \frac{T}{2}. \quad [0,5 \text{ т}]$$

Следователно средната скорост на трупчето е:

$$v_{\text{cp}} = \frac{s}{t} = \frac{4A}{T} \quad [0,5 \text{ т}]$$

или
$$v_{\text{cp}} = \frac{4 \cdot 0,05 \text{ m}}{0,314 \text{ s}} \approx 0,64 \text{ m/s}. \quad [0,5 \text{ т}]$$

Г) Трупчето се движи с максимална скорост, когато минава през равновесното си положение. [0,5 т]

От закона за запазване на енергията следва:

$$mg\ell_1 + \frac{k(\ell_1 - \ell_0)^2}{2} = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2} + mg\ell_p + \frac{k(\ell_p - \ell_0)^2}{2}, \quad [1 \text{ т}]$$

откъдето

$$\frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = \frac{kA^2}{2}. \quad [0,5 \text{ т}]$$

Оттук намираме:

$$v_{\text{max}} = A\sqrt{\frac{k}{m}} \quad [0,5 \text{ т}]$$

или
$$v_{\text{max}} = 0,05 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{80 \text{ N/m}}{0,2 \text{ kg}}} = 1 \text{ m/s}. \quad [0,5 \text{ т}]$$

Д) Силата на натиск, която поставката оказва върху пода, е:

$$N = Mg - F_e, \quad [0,5 \text{ т}]$$

ако пружината е опъната, или:

$$N = Mg + F_e, \quad [0,5 \text{ т}]$$

ако пружината е свита. Дължината на пружината в най-горната точка е:

$$\ell_2 = \ell_p + A = 12,5 \text{ cm}, \quad [0,5 \text{ т}]$$

т.е. пружината е разтегната. Като приложим закона на Хук, получаваме:

$$N = Mg - k(\ell_2 - \ell_0) \quad [0,5 \text{ т}]$$

или
$$N = 1 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 - 80 \text{ N/m} \cdot 0,025 \text{ m} = 8 \text{ N}. \quad [0,5 \text{ т}]$$