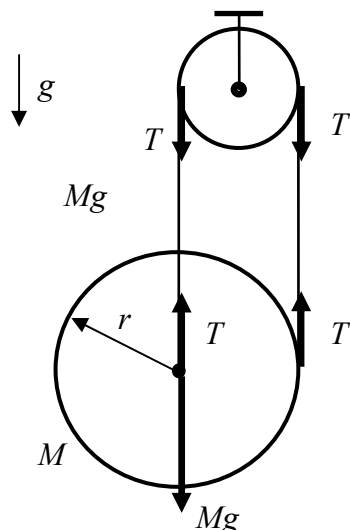


МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Олимпиада по физика, Национален кръг
Хасково, 21 – 22 април 2012 г.
Решения на темата за 10. – 12. клас
Втори етап

Задача 1. Падаща макара.



а) От втория закон на Нютон следва: $Mg - 2T = Ma$ [1 т.]. От втория закон на Нютон за въртеливото движение следва: $Tr = I\varepsilon = Mr^2\varepsilon/2$. [1 т.] За да определим връзката между ускорението a и ъгловото ускорение ε , да допуснем, че центърът на диска се премества на разстояние Δx надолу. Тогава трябва да се развие допълнително нишка с дължина $\Delta l = 2\Delta x$. [0.5 т.] Следователно $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\Delta l}{r\Delta t} = \frac{2\Delta x}{r\Delta t} = \frac{2v}{r}$. По същия начин може да покажем, че и $\varepsilon = \frac{2a}{r}$. [0.5 т.]

Елиминирайки силата на опъване на нишката T от първите две уравнения, получаваме

$$Mg - 2Mr\varepsilon/2 = Mg - 2Ma = Ma, \text{ откъдето } a = g/3. \text{ [1 т.]}$$

б) Тъй като при преместване на диска на разстояние Δx надолу, макарата се завъртва на ъгъл $\Delta\theta = \frac{\Delta x}{r/2}$ [0,5 т.], а дискът се завъртва на ъгъл $\Delta\varphi = \frac{2\Delta x}{r}$ [0,5 т.], то $\Delta\theta = \Delta\varphi$. Следователно $\varepsilon_M / \varepsilon_m = 1$ [1 т.]

Задача 2. Нагриване на газ.

Търсеното количество топлина е

$$Q = U_2 - U_1 + A', \quad [0,5 \text{ т.}]$$

където U_1 и U_2 са началната и крайната енергия на газа под буталото, а A' е работата, извършена от него. При всяко положение на буталото имаме

$$p = p_0 + p', \quad [0,5 \text{ т.}]$$

където $p_0 = \text{const}$ е налягането на буталото. Тогава

$$A' = A_1 + A_2, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

където при обем на цилиндъра V_0 имаме

$$A_1 = \frac{p_0 V_0}{3}, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

а A_2 може да се разглежда като работа на външната сила, която свива адиабатно газа над буталото, като

$$A_2 = U'_2 - U'_1. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Вътрешната енергия на идеален газ зависи само от температурата. Като отчетем съотношението на Майер за един mol газ и определението на показателя на адиабатата

$$c_p - c_v = R, \quad \frac{c_p}{c_v} = \gamma,$$

Намираме $U_1 = U'_1 = \frac{RT_0}{\gamma - 1}. \quad [0,5 \text{ т.}]$

Тъй като за началните състояния имаме

$$p_1 \frac{V_0}{3} = RT_0, \quad p'_1 \frac{2V_0}{3} = RT_0, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

тогава намираме

$$p'_1 = p_0, \quad p_1 = 2p_0, \quad RT_0 = \frac{2p_0 V_0}{3}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

При адиабатно свиване на газа над буталото имаме

$$p'_1 \left(\frac{2V_0}{3} \right)^\gamma = p'_2 \left(\frac{V_0}{3} \right)^\gamma, \quad p'_2 = 2^\gamma p_0, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

при което намираме

$$\frac{p'_1 \left(\frac{2V_0}{3} \right)}{T_0} = \frac{p'_2 \left(\frac{V_0}{3} \right)}{T'_2}, \quad T'_2 = 2^{\gamma-1} T_0, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

и получаваме

$$U'_2 = \frac{2^{\gamma-1}}{\gamma-1} RT_0. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Аналогично получаваме

$$\frac{p_1 \left(\frac{V_0}{3} \right)}{T_0} = \frac{p_2 \left(\frac{2V_0}{3} \right)}{T_2}, \quad T_2 = (2^\gamma + 1) T_0, \quad U_2 = \frac{(2^\gamma + 1)}{\gamma-1} RT_0. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

След заместване намираме

$$Q = \frac{3 \cdot 2^\gamma + \gamma - 3}{2(\gamma-1)} RT_0. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

За едноатомен газ имаме $\gamma_1 = \frac{5}{3}$ и тогава $Q_1 \approx 6,1 RT_0$ [0,25 т.], а за двуатомен газ при

$\gamma_2 = \frac{7}{5}$ получаваме $Q_2 \approx 7,9 RT_0$ [0,25 т.].

Задача 3. Електролитна ванна

а) Електролитът във ваната може да се разглежда като проводник с дължина L и с напречно сечение $S = ah$, където a е широчината на ваната, а h е дълбочината на електролита. Тогава съпротивлението на електролита е:

$$R = \frac{\rho L}{S} \quad [0,5 \text{ т}]$$

и през него протича ток:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{US}{\rho L}. \quad [0,5 \text{ т}]$$

Плътноста на тока съответно е:

$$j = \frac{U}{\rho L} = \frac{15 \text{ V}}{1,0 \Omega \cdot \text{m} \cdot 0,1 \text{ m}} = 150 \text{ A/m}^2. \quad [1 \text{ т}]$$

б) За дадения интервал от медния електрод ще се отделят йони с общ заряд:

$$q = It, \quad [0,2 \text{ т}]$$

като техният брой ще бъде:

$$N = \frac{It}{e}. \quad [0,3 \text{ т}]$$

Следователно масата на електрода ще намалее с:

$$\Delta m = \frac{N}{N_A} M = \frac{ItM}{N_A e}. \quad [0,5 \text{ т}]$$

От друга страна, ако дебелината на електрода намалее с Δd , отделената маса може да се изрази като:

$$\Delta m = \rho_2 S \Delta d. \quad [0,5 \text{ т}]$$

Като вземем предвид, че:

$$I = jS,$$

получаваме:

$$\Delta d = \frac{jMt}{N_A e \rho_2} = \frac{150 \text{ A/m}^2 \cdot 0,064 \text{ kg/mol} \cdot 3600 \text{ s}}{6,02 \cdot 10^{23} / \text{mol} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 8900 \text{ kg/m}^3} = 4,0 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 40 \mu\text{m}. \quad [1 \text{ т}]$$

в) Да разгледаме малък цилиндричен елемент от електролита с дължина в направление на протичане на тока Δl и с напречно сечение ΔS , който граничи със свободната повърхност. През този елемент протича ток:

$$\Delta I = j \Delta S \quad [0,5 \text{ т}]$$

и му действа хоризонтално насочена магнитна сила:

$$\Delta F = \Delta I B \Delta l = j B \Delta V, \quad [0,5 \text{ т}]$$

където ΔV е обемът на елемента. Силата на тежестта, действаща на същия обем електролит, е:

$$\Delta G = g \rho_1 \Delta V. \quad [0,5 \text{ т}]$$

За да бъде даденият елемент в равновесие, е нужно резултантната на тези две сили да бъде перпендикулярна на свободната повърхност на електролита. Следователно за ъгъла на наклон на свободната повърхност получаваме:

$$\tan \theta = \frac{\Delta F}{\Delta G} = \frac{jB}{g \rho_1} = 1,5 \cdot 10^{-3} \quad [0,5 \text{ т}]$$

При малки стойности на тангенса, имаме приблизително равенство:

$$\theta \approx \tan \theta = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ rad} = 0,088^\circ \quad [0,5 \text{ т}]$$