

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Национален кръг на олимпиадата по физика, Хасково, 21.04.2012 г.
Решения на темата по учебното съдържание за 8. клас

Задача 1. Ракета-модел

А) От II закон на Нютон следва, че докато двигателят работи, ракетата се издига с постоянно ускорение:

$$a = \frac{F - mg}{m} = \frac{F}{m} - g. \quad [1,5 \text{ т}]$$

Тя достига най-голяма скорост в момента, когато двигателят се изключва:

$$v_{\max} = at_1 = \left(\frac{F}{m} - g \right) t_1 = 200 \text{ m/s}. \quad [1 \text{ т}]$$

Б) В момента, когато двигателят на ракетата се изключва, тя се намира на височина:

$$H_1 = \frac{at_1^2}{2} = \frac{v_{\max} t_1}{2} = 500 \text{ m}. \quad [1 \text{ т}]$$

След това ракетата продължава да се движи равнозакъснително с ускорение g и с начална скорост $v_{\max}$. Издигането продължава допълнително време:

$$t_2 = \frac{v_{\max}}{g} = 20 \text{ s} \quad [1,5 \text{ т}]$$

и ракетата се издига допълнително на:

$$H_2 = v_{\max} t_2 - \frac{gt_2^2}{2} = \frac{v_{\max} t_2}{2} = 2000 \text{ m}. \quad [1 \text{ т}]$$

Общата височина, на която се издига ракетата, е:

$$H = H_1 + H_2 = 2500 \text{ m}. \quad [1 \text{ т}]$$

В) Изкачването продължава общо:

$$t_{\text{и}} = t_1 + t_2 = 25 \text{ s}. \quad [1 \text{ т}]$$

След това ракетата започва да пада свободно с нулева начална скорост. Падането продължава време:

$$t_{\text{п}} = \sqrt{\frac{2H}{g}} \approx 22 \text{ s} \quad [1 \text{ т}]$$

Общото време на полета е:

$$t = t_{\text{и}} + t_{\text{п}} \approx 47 \text{ s} \quad [1 \text{ т}]$$

Задача 2. Плаваща чаша

А) Нека означим с V_4 собствения обем на чашата:

$$V_4 = \frac{m}{\rho}. \quad [0,5 \text{ т}]$$

Под вода, на чашата действа Архимедова сила:

$$F_A = \rho_0 V_4 g = mg \frac{\rho_0}{\rho}. \quad [1 \text{ т}]$$

Силомерът отчита равнодействащата на силата на тежестта:

$$G = mg \quad [0,5 \text{ т}]$$

и на Архимедовата сила:

$$F_2 = G - F_A = mg \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right). \quad [1 \text{ т}]$$

Оттук намираме:

$$m = \frac{F_2 \rho}{g(\rho - \rho_0)} = 0,075 \text{ kg} = 75 \text{ g} \quad [0,5 \text{ т за израз} + 0,5 \text{ т за число}]$$

Б) Масата на налятата в чашата вода е:

$$m_0 = \rho_0 V. \quad [0,5 \text{ т}]$$

Следователно теглото на пълната чаша извън водата е:

$$F_1 = (m + \rho_0 V)g. \quad [0,5 \text{ т}]$$

За търсената вместимост намираме:

$$V = \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{F_1}{g} - m \right) = 3,35 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 335 \text{ cm}^3. \quad [0,5 \text{ т за израз} + 0,5 \text{ т за число}]$$

В) Ако в чашата е налята вода с обем V_1 , силата на тежестта, действаща на чашата, е:

$$G = (m + \rho_0 V_1)g. \quad [0,5 \text{ т}]$$

При максималния обем налята вода, чашата е потопена до горния си ръб и измества вода с обем:

$$V' = V + V_4 = V + \frac{m}{\rho}. \quad [1 \text{ т}]$$

Тогава на чашата действа Архимедова сила:

$$F_A = \rho_0 V' g = \rho_0 \left(V + \frac{m}{\rho} \right) g \quad [0,5 \text{ т}]$$

За да бъде чашата в равновесие, силата на тежестта трябва да се уравни с Архимедовата сила:

$$(m + \rho_0 V_1)g = \rho_0 \left(V + \frac{m}{\rho} \right) g. \quad [1 \text{ т}]$$

Оттук намираме V_1 :

$$V_1 = V - m \left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho} \right) = 2,9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 290 \text{ cm}^3 \quad [0,5 \text{ т за израз} + 0,5 \text{ т за число}]$$

Задача 3. Топче във въздух

А) Масата на топчето е:

$$m = \rho V = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho. \quad [0,5 \text{ т}]$$

Докато се охлади до крайната температура, топчето губи топлина:

$$Q = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho c (T - T_1). \quad [1 \text{ т}]$$

Според условието, при охлаждане във въздух:

$$Q = (aR + bR^2v)(T - T_0)t \quad [0,5 \text{ т}]$$

Следователно:

$$t = \frac{4\pi R^2 \rho c (T - T_1)}{3(a + bRv)(T - T_0)} \quad [1 \text{ т}]$$

За неподвижен въздух ($v = 0$) намираме:

$$t = \frac{4\pi R^2 \rho c (T - T_1)}{3a(T - T_0)} \approx 762 \text{ s} \approx 13 \text{ min} . \quad (\text{за числена стойност}) \quad [0,5 \text{ т}]$$

При скорост $v = 5 \text{ m/s}$ получаваме $t_1 \approx 3,5 \text{ s}$. (за числена стойност) [0,5 т]

Б) От I принцип на термодинамиката следва, че работата, която извършва силата на триене за време t :

$$A = kR^2 v^2 s \quad [0,5 \text{ т}]$$

се трансформира в количество топлина, което топчето отдава на въздуха:

$$Q = (aR + bR^2v)(T - T_0)t . \quad [0,5 \text{ т}]$$

Като вземем предвид, че:

$$s = vt , \quad [0,5 \text{ т}]$$

получаваме:

$$kR^2 v^3 = (aR + bR^2v)(T - T_0) . \quad [0,5 \text{ т}]$$

Следователно:

$$T = T_0 + \frac{kRv^3}{a + bRv} \approx 69 \text{ }^\circ\text{C} . \quad [1 \text{ т}]$$

В) Топчето достига скорост, при която се уравниават силата на тежестта и силата на съпротивление:

$$kR^2 v^2 = mg . \quad [1 \text{ т}]$$

Като вземем предвид, че:

$$m = \rho V = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho , \quad [0,5 \text{ т}]$$

Намираме установената скорост на спускане:

$$v = \sqrt{\frac{4\pi \rho g R}{3k}} = 90,4 \text{ m/s} . \quad (\text{Междинната числена стойност не е задължителна}) \quad [1 \text{ т}]$$

След като заместим тази стойност във формулата, изведена в т. Б, намираме:

$$T = T_0 + \frac{kRv^3}{a + bRv} \approx 22,5 \text{ }^\circ\text{C} \quad (\text{за числена стойност}) \quad [0,5 \text{ т}]$$