

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Олимпиада по физика, Национален кръг, Хасково,
21 април 2012 г.
Решения на темата за 9. клас

Задача 1. Еквивалентен източник на напрежение.

а) Еквивалентен източник на напрежение на други два източника на напрежение (последователно или успоредно свързани) ще наричаме такъв, който като се включи към резистор с произволно електрично съпротивление ще създаде същия ток, както ако се включат двата източника на напрежение. [2 т.]

б) Ако се включат два последователно свързани източника на напрежение съответно с електродвижещо напрежение E_1 и E_2 и вътрешно съпротивление r_1 и r_2 към резистор със съпротивление R , от закона на Ом следва: $E_1 + E_2 = I(r_1 + r_2) + IR$ [1 т.]. Ако се включи еквивалентният източник на напрежение, то: $E = Ir + IR$. За да е един и същ токът при произволна стойност на R , трябва $E = E_1 + E_2$ [0,5 т.] и $r = r_1 + r_2$ [0,5 т.].

в) Нека токът през първия източник е I_1 , а през втория е I_2 . Тогава токът през резистора е $I = I_1 + I_2$ [0,5 т.]. Напрежението върху резистора е $U = IR$ [0,5 т.]. Толкова ще бъде напрежението и между полюсите на всеки един от източниците: $U = E_1 - I_1 r_1$ [0,5 т.], $U = E_2 - I_2 r_2$ [0,5 т.]. Изразявайки I_1 и I_2 и замествайки ги в израза за общия ток, получаваме $I = \frac{E_1 - U}{r_1} + \frac{E_2 - U}{r_2}$. Тъй като $U = IR$, получаваме $I = \frac{E_1 - IR}{r_1} + \frac{E_2 - IR}{r_2}$ [1 т.].

След превеждане към общ знаменател, изразът се преобразува в $r_1 r_2 I = E_1 r_2 + E_2 r_1 - IR(r_1 + r_2)$, който може да се запише във вида $\frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} I + RI$.

Следователно имаме $E = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2}$ [1,5 т.] и $r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$ [1,5 т.].

Задача 2. Съпротивление на паралелепипед.

а) За трите измервания на съпротивлението на паралелепипеда имаме $R_1 = \frac{\rho a_1}{a_2 a_3}$ [1 т.], $R_2 = \frac{\rho a_2}{a_1 a_3}$ и $R_3 = \frac{\rho a_3}{a_1 a_2}$. Обемът на паралелепипеда е $V = a_1 a_2 a_3$ [0,5 т.]. Ако

умножим равенствата почленно, получаваме $R_1 R_2 R_3 = \frac{\rho^3 a_1 a_2 a_3}{a_1^2 a_2^2 a_3^2} = \frac{\rho^3}{V}$. Следователно

$$\rho = \sqrt[3]{R_1 R_2 R_3 V} = \sqrt[3]{0,10\Omega \cdot 0,40\Omega \cdot 0,90\Omega \cdot 6,0 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3} \quad [1,5 \text{ т.}] = 6,0 \cdot 10^{-4} \Omega \cdot \text{m} \quad [1 \text{ т.}].$$

б) Отношението на съпротивленията е $\frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2$ [0,5 т.]. Аналогично имаме $\frac{R_1}{R_3} = \left(\frac{a_1}{a_3}\right)^2$. Изразявайки a_2 и a_3 получаваме $R_1 = \frac{\rho a_1}{a_1 \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} a_1 \sqrt{\frac{R_3}{R_1}}}$ [0,5 т.]. След

$$\text{опростяване } a_1 = \frac{\rho}{\sqrt{R_2 R_3}} \quad [0,5 \text{ т.}] = \frac{6,0 \cdot 10^{-4} \Omega \cdot \text{m}}{\sqrt{0,40\Omega \cdot 0,90\Omega}} = 1,0 \text{ mm} \quad [0,5 \text{ т.}].$$

$$\text{в) По същия начин намираме, } a_2 = \frac{\rho}{\sqrt{R_1 R_3}} \quad [1 \text{ т.}] = \frac{6,0 \cdot 10^{-4} \Omega \cdot \text{m}}{\sqrt{0,10\Omega \cdot 0,90\Omega}} = 2,0 \text{ mm} \quad [1 \text{ т.}].$$

г) Аналогично имаме $a_3 = \frac{\rho}{\sqrt{R_1 R_2}} \text{ [1 т.]} = \frac{6,0 \cdot 10^{-4} \Omega \text{m}}{\sqrt{0,10 \Omega \cdot 0,40 \Omega}} = 3,0 \text{ mm [1 т.]}$.

Задача 3. Падаща проводяща пръчка в магнитно поле.

а) При движение на пръчката със скорост $v(t)$ в контура, съдържащ пръчката, П-образния проводник и кондензатора, се индуцира напрежение $E_i = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\frac{B \Delta S}{\Delta t} = -Blv(t)$. [1 т.] То трябва да е равно на напрежението върху кондензатора $U = \frac{q(t)}{C}$ [1 т.]. Следователно $q(t) = CBlv(t)$. [1 т.]

б) Като приложим това равенство за два съседни момента, имаме $q(t + \Delta t) - q(t) = CBlv(t + \Delta t) - CBlv(t)$. [0,5 т.] Разделяйки на Δt , получаваме $I(t) = CBl a(t)$. [0,5 т.]

в) От втория принцип на Нютон за движението на пръчката имаме $mg - BlI(t) = ma(t)$ [1 т.] След заместване на $I(t)$ достигаме до $a(t) = \frac{g}{1 + \frac{B^2 l^2 C}{m}} = \text{const.}$

[2 т.], което означава, че пръчката пада с постоянно ускорение.

г) Нека след време t пръчката е паднала с h . Ако приемем, че отчитаме височината от първоначалното положение на пръчката, то потенциалната енергия на пръчката е $E_{\text{ном}}(t) = -mgh(t) = -mg \frac{1}{2} at^2$. [0,5 т.] Кинетичната енергия в този момент е

$$E_{\text{кин}}(t) = \frac{mv(t)^2}{2} = \frac{ma^2 t^2}{2}. \text{ [0,5 т.]} \text{ Електричната енергия, натрупана в кондензатора, е}$$

$$E_{\text{ел}} = \frac{q(t)^2}{2C} = \frac{C^2 B^2 l^2 v(t)^2}{2C} = \frac{CB^2 l^2 a^2 t^2}{2} \text{ [1 т.]. Пълната енергия на системата е}$$

$$E(t) = E_{\text{кин}}(t) + E_{\text{ном}}(t) + E_{\text{ел}}(t) = \frac{ma^2 t^2}{2} \left(-\frac{g}{a} + 1 + \frac{CB^2 l^2}{m} \right) = 0. \text{ [1 т.]} \text{ Следователно пълната}$$

енергия на системата се запазва, като потенциалната енергия на пръчката се трансформира в кинетична енергия на пръчката и електрична енергия на кондензатора.