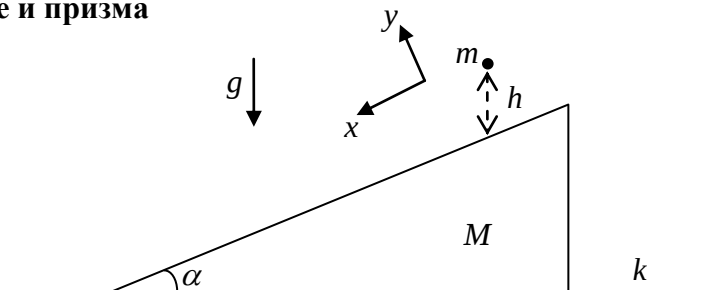


МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Олимпиада по физика, Национален кръг, Силистра,
20 април 2013 г.
Решения на темата за 10-12 клас

Задача 1. Топче и призма



Фиг. 1

а) Топчето пада със скорост $v_0 = \sqrt{2gh}$ [1 т.] върху призмата и отскача еластично от наклонената равнина, което води до уравненията:

$$mv_0 \cos \alpha = Mu_0 + mv, \text{ [0,5 т.]} \quad \frac{mv_0^2}{2} = \frac{Mu_0^2}{2} + \frac{mv^2}{2} + \frac{mv_0^2 \sin^2 \alpha}{2}, \text{ [0,5 т.]}$$

където u_0 е скоростта на призмата (перпендикулярна на наклонената равнина), а v е новата нормална компонента на скоростта на топчето. Получава се, че

$$u_0 = \frac{2\mu v_0 \cos \alpha}{1 + \mu}, \text{ [1 т.]} \text{ където } \mu = \frac{m}{M}. \text{ Първоначалната скорост на движение надясно на}$$

$$\text{призмата е } u = \frac{2\mu v_0 \cos \alpha}{1 + \mu} \sin \alpha = \frac{\mu v_0 \sin 2\alpha}{1 + \mu}. \text{ [1 т.]}$$

б) От горните уравнения следва също, че $v = \frac{(1 - \mu)v_0 \cos \alpha}{1 + \mu}$. [1 т.] Големината на

$$\text{скоростта на топчето след удара е } V = \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + v^2} = \frac{v_0}{1 + \mu} \sqrt{1 + \mu^2 - 2\mu \cos 2\alpha}. \text{ [1 т.]}$$

в) За удобство преминаваме в отправната система, показана на фиг. 1, в която призмата е неподвижна. [1 т.] В тази отправна система движението на топчето след отскачането му от наклонената равнина е като на тяло, хвърлено под ъгъл спрямо хоризонта. [1 т.] Началната скорост на топчето ще има компоненти $v_{0x} = v_0 \sin \alpha + u \cos \alpha$ и $v_{0y} = v + u \sin \alpha$. [1 т.] Силата на тежестта, действаща върху топчето, има компоненти $G_x = mg \sin \alpha$ и $G_y = -mg \cos \alpha$. Поради равнозакъснителното движение на призмата в абсолютната отправна система топчето ще притежава и ефективно инерционно ускорение с компоненти в избраната от нас отправна система $a_x = -kg \cos \alpha$ и $a_y = -kg \sin \alpha$. [1 т.] Уравненията на движение на топчето придобиват вида:

$$x = (v_0 \sin \alpha + u \cos \alpha)t + g(\sin \alpha - k \cos \alpha)t^2/2, \text{ [0,5 т.]}$$

$$y = (v + u \sin \alpha)t - g(\cos \alpha + k \sin \alpha)t^2/2. \text{ [0,5 т.]}$$

За да намерим търсеното време t_x , полагаме $y = (v + u \sin \alpha)t - g(\cos \alpha + k \sin \alpha)t^2/2 = 0$,

$$\text{от което следва, че } t_x = \frac{2(v + u \sin \alpha)}{g(\cos \alpha + k \sin \alpha)} = \frac{2(1 - \mu \cos 2\alpha)}{(1 + \mu)(1 + k \tan \alpha)} \sqrt{\frac{2h}{g}} \approx 0,40 \text{ s. [2 т.]}$$

г) Разстоянието l между положенията на двата удара се намира, като се положи намереното време от предишната подточка в уравнението за движение по x :

$$l = (v_0 \sin \alpha + u \cos \alpha)t_x + g(\sin \alpha - k \cos \alpha)t_x^2/2 = \\ = \frac{4h(1 - \mu \cos 2\alpha)[(1 + \mu) \sin 2\alpha - k \cos 2\alpha + \mu k]}{\cos \alpha(1 + \mu)^2(1 + k \tan \alpha)^2} = 1,62 \text{ m. [2 т.]}$$

Задача 2.

А) Метален пръстен

За малък интервал от време Δt според закона на Фарадей за електромагнитната индукция възниква електродвижещо напрежение

$$E = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}, \quad [1 \text{ т.}]$$

където $\Delta \Phi$ е изменението на магнитния поток през площта на контура на пръстена за време Δt . В пръстена протича ток

$$I = \frac{E}{R} = -\frac{1}{R} \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}. \quad [1 \text{ т.}]$$

През напречното сечение на пръстена за време Δt протича заряд

$$\Delta q = I \Delta t = -\frac{1}{R} \Delta \Phi, \quad [1 \text{ т.}]$$

откъдето за пълния, протекъл по пръстена заряд, намираме

$$q = -\frac{1}{R} (\Phi_{\text{кр}} - \Phi_{\text{нач}}). \quad [1 \text{ т.}]$$

Като отчетем, че

$$\Phi_{\text{кр}} = -\pi r^2 B, \quad \Phi_{\text{нач}} = \pi r^2 B, \quad [2 \text{ т.}]$$

намираме

$$q = \frac{2\pi r^2 B}{R} \approx 1,57 \cdot 10^{-6} \text{ C} \approx 1,6 \mu\text{C}. \quad [2 \text{ т.}]$$

Б) Звукова вълна

Ако разстоянието между двете точки на звуковата вълна означим с L , дължината на вълната при началната температура е

$$\lambda_1 = \frac{L}{N} = \frac{v}{v}, \quad [1 \text{ т.}]$$

като е отчетена връзката $\lambda_1 v = v$. При повишаване на температурата дължината на вълната се увеличава, а честотата не се изменя. Върху дължината L във втория случай ще се наложат с половин дължина на вълната по-малко нови дължини на вълната, т.е.

$$\lambda_2 = \frac{L}{N - 1/2} = \frac{v + \Delta v}{v}. \quad [1 \text{ т.}]$$

Чрез почленно деление на равенствата намираме

$$\frac{N}{N - 1/2} = 1 + \frac{\Delta v}{v}. \quad [1 \text{ т.}]$$

По условие имаме

$$\frac{\Delta v}{v} = \alpha \Delta T, \quad [2 \text{ т.}]$$

където $\alpha = 0,002 \text{ K}^{-1}$. Тогава за търсеното минимално увеличение на температурата намираме

$$\Delta T = \frac{1}{\alpha(2N-1)} \approx 0,3 \text{ K}. \quad [2 \text{ т.}]$$

Задача 3. Триъгълна вълна

а) На фигурата са показани силите, действащи на малък участък от шнура около неговия връх. От условието за равновесие по оста Y имаме:

$$F = 2T \sin \alpha. \quad [1,0 \text{ т.}]$$

От друга страна: $\sin \alpha = \frac{A}{\sqrt{A^2 + L^2}}. \quad [0,5 \text{ т.}]$

Следователно: $F = \frac{2TA}{\sqrt{A^2 + L^2}}. \quad [0,5 \text{ т.}]$

б) При малко отклонение на шнура, амплитудата A в знаменателя може да бъде пренебрегната в сравнение с дължината L . Тогава: $F \approx \frac{2TA}{L}, \quad [0,5 \text{ т.}]$

т.е. силата е квазиеластична с ефективен коефициент на еластичност: $k = \frac{2T}{L}. \quad [0,5 \text{ т.}]$

Следователно потенциалната енергия на деформация на шнура е: $W = \frac{kA^2}{2} = \frac{TA^2}{L}, \quad [1,0 \text{ т.}]$

т.е. $C = T/L. \quad [0,5 \text{ т.}]$

в) Да разгледаме малко преместване Δx на вълновия импулс в продължение на време Δt :

$$\Delta x = u \Delta t. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Както се вижда от чертежа, точките от участъка QR се издигат нагоре на еднакви разстояния: $\Delta y = \Delta x \tan \alpha = u \tan \alpha \Delta t. \quad [1,0 \text{ т.}]$

Като вземем предвид, че: $\tan \alpha = \frac{A}{L}, \quad [0,5 \text{ т.}]$

получаваме: $v_{QR} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{uA}{L}. \quad [1,0 \text{ т.}]$

За същия интервал точките от участъка PR се спускат надолу на същото разстояние.

Следователно: $v_{PR} = -\frac{\Delta y}{\Delta t} = -\frac{uA}{L}. \quad [0,5 \text{ т.}]$



г) Общата дължина на участъка PRQ е $l = 2\sqrt{A^2 + L^2}, \quad [0,5 \text{ т.}]$

а масата му: $m = 2\mu\sqrt{A^2 + L^2}. \quad [0,5 \text{ т.}]$

Всички точки от този участък се движат с еднакви по големина скорости $v = \frac{uA}{L}.$

Следователно кинетичната енергия на участъка е: $K = \frac{mv^2}{2} = \frac{\mu\sqrt{A^2 + L^2}u^2A^2}{L^2}. \quad [1,0 \text{ т.}]$

Ако пренебрегнем A в сравнение с L , получаваме $K = \frac{\mu u^2 A^2}{L}$, [0,5 т.]

т.е. $D = \frac{\mu u^2}{L}$. [0,5 т.]

д) От условието $W = K$ намираме: $u = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$. [1,0 т.]

Участък от шнура с дължина l има маса $m = \rho S l$, т.е. $\mu = \frac{m}{l} = \rho S$. [1,0 т.]

Окончателно намираме: $u = \sqrt{\frac{T}{\rho S}} = 250 \text{ m/s}$. [1,0 т.]

Задача 4. Слънчево греење

а) $\frac{\Delta E}{\Delta S} = \frac{\sigma 4\pi R^2 T_s^4}{4\pi L^2} = \sigma \left(\frac{R}{L}\right)^2 T_s^4$ [2 т.] $\approx 1370 \text{ W/m}^2$. [1 т.]

б) $\frac{d}{2f} = \frac{R}{L}$, $d = \frac{2fR}{L}$ [1 т.] $\approx 3,26 \text{ mm}$. [1 т.]

в) От баланса на енергията за топчето, $\frac{\Delta E}{\Delta S} \frac{\pi D^2}{4} = \sigma \pi d^2 T^4$, [2 т.] откъдето

$T = \sqrt[4]{\frac{1}{\sigma} \frac{\Delta E}{\Delta S} \sqrt{\frac{D}{2d}}}$ [1 т.] $\approx 1540 \text{ K}$. [1 т.]

г) Температурата на топчето може да се изрази от предните формули и така:

$T = T_s \sqrt[4]{\frac{D}{4f}}$. [1 т.] От тази формула се вижда, че при достатъчно голямо отношение на

D/f (ако стане по-голямо от 4), $T > T_s$, което противоречи на втория принцип на термодинамиката. Парадоксът се състои в предположението, че лещата пропуска (и фокусира) цялата паднала върху нея енергия. Всъщност, колкото по-късофокусна леща искаме да направим, трябва да използваме или материали с голям показател на пречупване, или повърхности с малки радиуси на кривина (или и двете). Това води до големи отражения. [1 т.]

д) От закона на Вин намираме $\lambda_{s \max} = \frac{b}{T_s} \approx 502 \text{ nm}$, [0,5 т.] $\lambda_{\max} = \frac{b}{T} \approx 1880 \text{ nm}$.

[0,5 т.] Допълваме дадената таблица и използвайки дадената графика получаваме следните стойности: [3 т.]

Обект	T, K	$\lambda_{\max}, \text{nm}$	$\lambda_{\text{IR}} / \lambda_{\max}$	$\lambda_{\text{UV}} / \lambda_{\max}$	IR, %	VIS, %	UV, %
Слънце	5778	502	1,51	0,80	45	42	13
топче	1540	1880	0,40	0,21	98	1	1