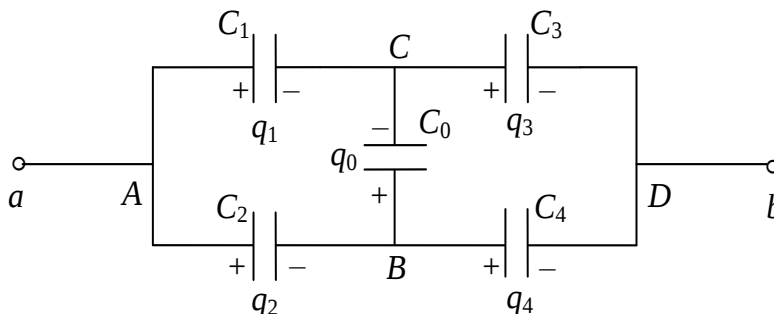


МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Национален кръг на олимпиадата по физика
20 април 2013 г., Силистра
Тема за 9.клас. Решения и указания за оценяване

Задача 1. а) Еквивалентната схема на участъка ab е показана на фиг. 1(2 т.),



Фиг. 1

където $C_1 = C_4 = C_0 / 2$ (**0,5 т.**), а $C_2 = C_3 = C_0$ (**0,5 т.**).

б) Тъй като напрежението $U_{BC} \neq 0$ (**0,5 т.**), пресмятането на еквивалентния капацитет ще направим по формулата

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{U_1 + U_3} = \frac{q}{2q_1 + q_3} C_0. \quad (1 \text{ т.})$$

От закона за запазване на електричния заряд, приложен за възлите A , B и C имаме

$$q = q_1 + q_2, \quad q_1 + q_0 = q_3, \quad q_2 = q_0 + q_4. \quad (1,5 \text{ т.})$$

Тъй като напрежението $U_{AC} = q_1 / C_1 = q_2 / C_2 + q_0 / C_0$, а напрежението

$U_{BD} = q_4 / C_4 = q_0 / C_0 + q_3 / C_3$, намираме още две връзки между зарядите

$$2q_1 = q_2 + q_0, \quad (0,5 \text{ т.})$$

$$2q_4 = q_0 + q_3. \quad (0,5 \text{ т.})$$

Като заместим в последните две равенства q_3 и q_4 , изразени чрез q_0, q_1, q_2 получаваме

$$q_0 = 2q_1 - q_2, \quad (0,5 \text{ т.})$$

$$4q_0 = 2q_2 - q_1, \quad (0,5 \text{ т.})$$

откъдето следва равенството $3q_1 = 2q_2$ (**0,5 т.**). Тогава имаме

$$q_1 = \frac{2}{5}q, \quad q_2 = \frac{3}{5}q, \quad q_0 = \frac{1}{5}q, \quad q_3 = \frac{3}{5}q, \quad (0,5 \text{ т.})$$

$$C = \frac{5}{7}C_0. \quad (1 \text{ т.})$$

Задача 2. а) До затварянето на ключа K токът през резистора 1 е

$$I = \frac{E}{r + R_1}, \quad (1 \text{ т.})$$

а мощността му –

$$P = I^2 R_1. \quad (1 \text{ т.})$$

След затварянето на ключа K съпротивленията R_1 и R_2 са свързани успоредно и еквивалентното им съпротивление е

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (1 \text{ т.})$$

В този случай токът в общата част на веригата е

$$I^* = \frac{E}{r + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}. \quad (1 \text{ т.})$$

За да намерим тока I_1 през резистора 1 в този случай ще използваме, че

$$I^* = I_1 + I_2, \quad (1 \text{ т.})$$

$$I_1 R_1 = I_2 R_2. \quad (1 \text{ т.})$$

Тогава имаме

$$I_1 = \frac{I^* R_2}{R_1 + R_2} = \frac{E R_2}{r(R_1 + R_2) + R_1 R_2}, \quad (1 \text{ т.})$$

при което мощността на резистора 1 е

$$P^* = I_1^2 R_1. \quad (1 \text{ т.})$$

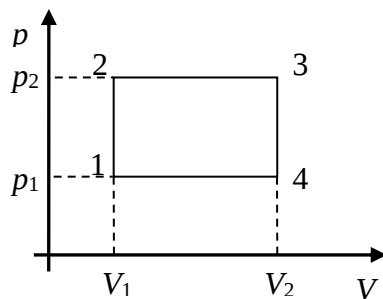
Търсеното отношение на мощностите се дава с изрази

$$\frac{P^*}{P} = \frac{I_1^2}{I^2} = \left[\frac{R_2(r + R_1)}{(r(R_1 + R_2) + R_1 R_2)} \right]^2. \quad (1 \text{ т.})$$

б) Отношението на мощностите при дадените стойности на R_1 и R_2 е

$$\frac{P^*}{P} = \left(\frac{15}{17} \right)^2 \approx 0,78. \quad (1 \text{ т.})$$

Задача 3. а) В цикъла състояние 1 има температура $T_1 = T_{\min}$, а състояние 3 – температура $T_3 = T_{\max}$. Процесът 1–2 е изохорен и



Фиг. 2

$$\frac{p_1}{T_{\min}} = \frac{p_2}{T_0}. \quad (0,5 \text{ т.})$$

От друга страна процесът 2–3 е изобарен и

$$\frac{V_2}{T_{\max}} = \frac{V_1}{T_0}. \quad (0,5 \text{ т.})$$

От почленното умножение на двете равенства следва

$$\frac{p_1 V_2}{T_{\min} T_{\max}} = \frac{p_2 V_1}{T_0^2}. \quad (0,5 \text{ т.})$$

Като отчетем, че състоянията 2 и 3 лежат на една изотерма и $p_1 V_2 = p_2 V_1$ (0,5 т.) намираме

$$T_0 = \sqrt{T_{\min} T_{\max}} = 425 \text{ К.} \quad (1 \text{ т.})$$

б) По определение КПД на цикъла е

$$\eta = \frac{A}{Q_{\text{пол}}}, \quad (0,5 \text{ т.})$$

където A е извършената от газа работа за един цикъл, а $Q_{\text{пол}}$ е полученото от газа количество топлина за един цикъл. Извършената от газа работа е

$$A = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1). \quad (0,5 \text{ т.})$$

От уравнението на състояние на газа следва

$$p_1 V_1 = B T_{\min}, \quad p_1 V_2 = p_2 V_1 = B T_0, \quad p_2 V_2 = B T_{\max}, \quad (1,5 \text{ т.})$$

при което получаваме

$$A = B(T_{\max} + T_{\min} - 2T_0) = B(\sqrt{T_{\max}} - \sqrt{T_{\min}})^2. \quad (1 \text{ т.})$$

Газът получава топлина в процеса 1–2–3. От първия принцип на термодинамиката следва

$$Q_{\text{пол}} = U_3 - U_1 + p_2(V_2 - V_1) = \frac{3}{2}B(T_{\max} - T_{\min}) + B(T_{\max} - T_0), \quad (1 \text{ т.})$$

който можем да препишем във вида

$$Q_{\text{пол}} = \frac{5}{2}B(\sqrt{T_{\max}} - \sqrt{T_{\min}})(\sqrt{T_{\max}} + \frac{3}{5}\sqrt{T_{\min}}). \quad (1 \text{ т.})$$

Тогава за коефициента на полезно действие имаме

$$\eta = \frac{2}{5} \frac{1 - \sqrt{T_{\min}/T_{\max}}}{1 + \frac{3}{5}\sqrt{T_{\min}/T_{\max}}} = \frac{1}{11} \approx 0,09. \quad (1,5 \text{ т.})$$