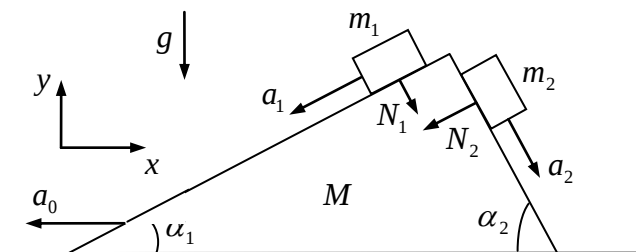


МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА

Казанлък, 11 – 13 април 2014 г.

Решения на темата за 10. – 12. клас



Задача 1. Трупчетата върху призма

А) В случая на неподвижна призма големините на силите, с които трупчетата действат на призмата, са $N_1 = m_1 g \cos \alpha_1$ [0,5 т.] и $N_2 = m_2 g \cos \alpha_2$ [0,5 т.] (посоките им са указани на фиг. 1). Хоризонталната компонента на сумата от техните вектори трябва да е равна на нула [0,5 т.], за да е неподвижна призмата, което ни дава условието $m_1 \cos \alpha_1 \sin \alpha_1 = m_2 \cos \alpha_2 \sin \alpha_2$ [1 т.], т.е. $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\cos \alpha_2 \sin \alpha_2}{\cos \alpha_1 \sin \alpha_1} = \frac{\sin(2\alpha_2)}{\sin(2\alpha_1)}$. [0,5 т.]

Б) Параметрите са произволни, така че ускорението на призмата няма да има фиксирана посока. Нека приемем, че призмата ще се движи наляво. Ако тя се движи надясно, то a_0 ще бъде отрицателно, като няма да има промяна в получените изрази. Най-удобно е да се работи в отправна система, свързана неподвижно с призмата. [1 т.] По направленията, успоредни на наклонените равнини, ще имаме уравненията $m_1 a_1 = m_1 g \sin \alpha_1 - m_1 a_0 \cos \alpha_1$ [1 т.] и $m_2 a_2 = m_2 g \sin \alpha_2 + m_2 a_0 \cos \alpha_2$. [1 т.] Големините на силите, с които трупчетата действат на призмата, са $N_1 = m_1 g \cos \alpha_1 + m_1 a_0 \sin \alpha_1$ [0,5 т.] и $N_2 = m_2 g \cos \alpha_2 - m_2 a_0 \sin \alpha_2$. [0,5 т.] Вторият принцип на механиката, приложен към движението на призмата, дава $M a_0 = N_2 \sin \alpha_2 - N_1 \sin \alpha_1$. [1 т.] От последните три уравнения следва, че $a_0 = \frac{m_2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 - m_1 \sin \alpha_1 \cos \alpha_1}{M + m_1 \sin^2 \alpha_1 + m_2 \sin^2 \alpha_2} g$. [1 т.] Като заместим израза за

a_0 в първите две уравнения, ще получим, че $a_1 = \frac{(M + m_1) \sin \alpha_1 - m_2 \sin \alpha_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2)}{M + m_1 \sin^2 \alpha_1 + m_2 \sin^2 \alpha_2} g$ [1 т.], а $a_2 = \frac{(M + m_2) \sin \alpha_2 - m_1 \sin \alpha_1 \cos(\alpha_1 + \alpha_2)}{M + m_1 \sin^2 \alpha_1 + m_2 \sin^2 \alpha_2} g$. [1 т.]

В) Като заместим числените стойности на параметрите в изразите по-горе, ще получим $a_0 = 0,37 \text{ m/s}^2$ [0,5 т.], $a_1 = 4,7 \text{ m/s}^2$ [0,5 т.] и $a_2 = 8,8 \text{ m/s}^2$. [0,5 т.] a_0 е положително, така че призмата ще се движи наляво. [0,5 т.]

Г) Трупчето се движи равноускорително без начална скорост, т.е. $d = a_2 t^2 / 2$. [1 т.]
Оттук $t = \sqrt{2d/a_2} = 0,34 \text{ s}$. [1 т.]

Задача 2.

Част А. При начална температура T_1 от уравнението на състояние на всеки газ следва

$$p_1^A V_1^A = C T_1, \quad p_1^B V_1^B = C T_1, \quad [1 \text{ т.}]$$

откъдето получаваме

$$\frac{V_1^A}{V_1^B} = \frac{p_1^B}{p_1^A} = n. \quad [0.5 \text{ т.}]$$

Аналогично при крайна температура T_2 имаме

$$p_2^A V_2^A = C T_2, \quad p_2^B V_2^B = C T_2, \quad [1 \text{ т.}]$$

откъдето следва

$$\frac{V_2^A}{V_2^B} = \frac{p_2^B}{p_2^A} = x. \quad [0.5 \text{ т.}]$$

Тъй като обемът на цилиндъра е постоянен, в сила е равенството

$$V_1^A + V_1^B = V_2^A + V_2^B \quad \text{или} \quad V_1^A \left(1 + \frac{1}{n}\right) = V_2^A \left(1 + \frac{1}{x}\right), \quad [1 \text{ т.}]$$

а понеже силата на тежестта, действаща на буталото, се уравновесява от силите, породени от налягането, имаме

$$p_1^B - p_1^A = p_2^B - p_2^A \quad \text{или} \quad p_1^A (n-1) = p_2^A (x-1). \quad [1 \text{ т.}]$$

От почленно умножение на равенствата получаваме

$$p_1^A V_1^A \frac{n^2 - 1}{n} = p_2^A V_2^A \frac{x^2 - 1}{x}, \quad [1 \text{ т.}]$$

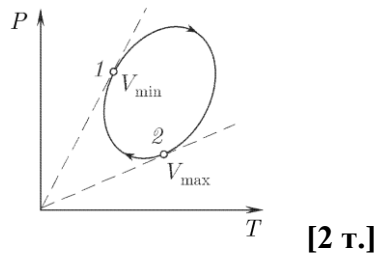
което можем да препишем във вид на квадратно уравнение

$$\frac{x^2 - 1}{x} = \frac{n^2 - 1}{n} \frac{T_1}{T_2} = \frac{n^2 - 1}{nk}, \quad [1 \text{ т.}]$$

откъдето намираме

$$x = \frac{n^2 - 1}{nk} + \sqrt{\left(\frac{n^2 - 1}{2nk}\right)^2 + 1}. \quad [2 \text{ т.}]$$

Част Б. А) Тъй като графиката на изобарния процес е част от права, минаваща през началото на $p-T$ диаграмата [0,5 т.], търсените състояния (точки) се получават като общи точки на графиката на изобарен процес и цикличния процес [0,5 т.]. Понеже от уравнението на състояние на идеалния газ $p/T \sim 1/V$ [1 т.], допирателната 1 определя обема $V_{\min}$, докато допирателната 2 – обема $V_{\max}$ (вж. фигурата).

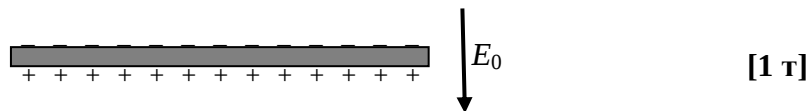


[2 т.]

Б) Газът се разширява в участъка $V_{\min} \rightarrow V_{\max}$ [1 т.], а се свива в участъка $V_{\max} \rightarrow V_{\min}$. [1 т.]

Задача 3. Електростатична индукция

А) Знаците на индуцираните заряди са показани на фигурата.



[1 т.]

Електроните, като отрицателно заредени частици, започват да се движат в посока, противоположна на посоката на интензитета и се натрупват по горната повърхност на пластината. Върху долната повърхност остава некомпенсиран положителен заряд. [1 т.]

Б) Зарядите се натрупват по повърхността, докато създаденото от тях поле E_{ind} не компенсира изцяло външното поле:

$$E_{\text{ind}} = E_0 \quad [1 \text{ т}]$$

Електричното напрежение, дължащо се на това поле е:

$$U = E_{\text{ind}}d = E_0d \quad [1 \text{ т}]$$

Ако разгледаме двете повърхности на пластинката като плосък кондензатор, намираме за големината на натрупания заряд:

$$Q = CU = CE_0d \quad [1 \text{ т}]$$

където C е капацитетът на кондензатора. Като вземем предвид формулата за капацитет на плосък кондензатор, намираме:

$$Q = \epsilon_0 S E_0 \quad [1 \text{ т}]$$

Като заместим с числените данни, получаваме:

$$Q = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{F/m} \cdot 10^{-3} \text{m}^2 \cdot 3 \cdot 10^6 \text{V/m} \approx 2,7 \cdot 10^{-8} \text{C} \quad [1 \text{ т}]$$

В) Върху горната повърхност са натрупани:

$$N_{\text{ind}} = \frac{Q}{e} = 1,7 \cdot 10^{11} \text{електрона} \quad [1 \text{ т}]$$

Общият брой електрони в пластинката е равен на общия брой атоми N . За да го определим, първо определяме масата на пластината:

$$m = \rho_w S d = 8,9 \cdot 10^{-3} \text{kg} \quad [1 \text{ т}]$$

откъдето:

$$N = \frac{m}{M} = 8,9 \cdot 10^{22} \text{електрона} \quad [0,5 \text{ т}]$$

Окончателно намираме:

$$\eta = \frac{N_{\text{ind}}}{N} = 1,9 \cdot 10^{-12} \quad [0,5 \text{ т}]$$

т.е. индуцираните върху повърхността на метала електрони са на много порядъци по-малко от общия брой свободни електрони.

Г) Можем да разглеждаме пластината като проводник с дължина d и напречно сечение S , и съответно със съпротивление:

$$R = \frac{\rho d}{S} \quad [1 \text{ т}]$$

Токът, който ще тече веднага след поставянето в електрично поле е:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{E_0 S}{\rho} \quad [1 \text{ т}]$$

или

$$I = \frac{3 \cdot 10^6 \text{V/m} \cdot 10^{-3} \text{m}^2}{1,68 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}} = 1,78 \cdot 10^{11} \text{A} \quad [1 \text{ т}]$$

Д) Ако приемем, че в пластинката тече постоянен ток докато се установи електростатично равновесие, индуцираният заряд ще се натрупа за време:

$$t = \frac{Q}{I} = \epsilon_0 \rho = 1,5 \cdot 10^{-19} \text{s} \quad [1 \text{ т}]$$

Направената оценка е приблизителна, защото при натрупване на заряди върху повърхностите на пластинката, напрежението между тях намалява. Съответно токът намалява, докато стане равен на нула, когато натрупването на заряди се преустанови. [1 т]

Задача 4.

А) Големината на процепите на дифракционната решетка не оказва влияние върху положението на главните максимуми. **[0,5 т]**

Условието за дифракционни максимуми е $d \sin \theta = m\lambda$, където m е цяло число. **[0,5 т]**

За малки ъгли $\sin \theta \approx \tan \theta \approx x_m / L_0$, където x_m е координатата на m -тия максимум при старото разстояние. **[0,75 т]**

Оттук следва, че $x_m = m\lambda L_0 / d$. **[0,25 т]**

Аналогично, за координатата x'_{m+1} на $(m+1)$ -вия максимум при новото разстояние получаваме $x'_{m+1} = (m+1)\lambda L / d$. **[0,25 т]**

По условие $x'_{m+1} = x_m$. Следователно $\frac{(m+1)\lambda L}{d} = \frac{m\lambda L_0}{d}$ или $L = \frac{m}{m+1} L_0$. **[0,5 т]**

Максимумите от 5-ти порядък се получават при ъгли θ , за които $\sin \theta = \pm 5\lambda / d$.

Необходимо е $\frac{5\lambda}{d} \leq 1$. **[0,75 т]**

Следователно, най-малката константа на решетката, за която това неравенство е изпълнено е $d = 5\lambda = 3 \mu\text{m}$. **[0,5 т]**

б) Разликата в ходовете на лъчите, минаващи през два съседни процепа, за ъглите β_1 и β_2 е съответно $\Delta_1 = d(\sin \beta_1 - \sin \alpha)$ и $\Delta_2 = d(\sin \beta_2 - \sin \alpha)$ (алтернативно: допуска се $\Delta_{1,2} = d(\sin \beta_{1,2} + \sin \alpha)$ в случай, че е избрана другата страна на нормалата, като решението ще се промени по съответния начин). **[1 т]**

Условието за максимум е $\Delta = m\lambda$, където m е порядъкът на съответния максимум. **[0,5 т]**

Нека под ъгъл β_1 се наблюдава максимум от порядък m_0 , а под ъгъл β_2 се наблюдава максимум от порядък $m_0 + 1$, т.е. следващият. **[0,75 т]**

Следователно е изпълнено
$$\begin{cases} d(\sin \beta_1 - \sin \alpha) = m_0\lambda \\ d(\sin \beta_2 - \sin \alpha) = (m_0 + 1)\lambda \end{cases}$$
. **[0,75 т]**

Изваждаме почленно двете уравнения и получаваме $d(\sin \beta_2 - \sin \beta_1) = \lambda$, откъдето определяме константата на решетката $d = \lambda / (\sin \beta_2 - \sin \beta_1) \approx 0,83 \mu\text{m}$. **[0,75 т]**

За максимум от произволен порядък m и за максимум от порядък m_0 имаме:

$$\begin{cases} d(\sin \beta_m - \sin \alpha) = m\lambda \\ d(\sin \beta_1 - \sin \alpha) = m_0\lambda \end{cases}$$
, където β_m е ъгълът, под който се наблюдава максимума от m -ти

порядък. Изваждаме почленно уравненията и замества израз за d , при което получаваме $\sin \beta_m = \sin \beta_1 + (m - m_0)(\sin \beta_2 - \sin \beta_1)$. **[1 т]**

Стойностите на m и m_0 трябва да са такива, че $|\sin \beta_m| \leq 1$. **[0,75 т]**

Понеже $\beta_1 \approx 14^\circ$ и $\beta_2 \approx 74^\circ$, горното уравнение става $\sin \beta_m = 0,24 + 0,72(m - m_0)$. **[0,5 т]**

При $m - m_0 = 0$ имаме $\sin \beta_m = \sin \beta_1 = 0,24$, т.е. $\beta_m = \beta_1 \approx 14^\circ$. [0,75 т]

При $m - m_0 = 1$ имаме $\sin \beta_m = \sin \beta_2 = 0,96$, т.е. $\beta_m = \beta_2 \approx 74^\circ$. [0,75 т]

При $m - m_0 = -1$ имаме $\sin \beta_m = -0,48$, т.е. $\beta_m \approx -29^\circ$. [0,75 т]

Други стойности на $m - m_0$ не са позволени. Наблюдават се три максимума. [0,75 т]

Алтернативно: могат да се получат други знаци за ъглите в зависимост от избраната посока на измерването им.

От условието за максимуми $d(\sin \beta - \sin \alpha) = m\lambda$ определяме порядъците на максимумите:

1) $m = 0$, $\beta = \beta_1 \approx 14^\circ$ [0,5 т]

2) $m = 1$, $\beta = \beta_2 \approx 74^\circ$ [0,5 т]

3) $m = -1$, $\beta = \beta_3 \approx -29^\circ$ [0,5 т]

Ъгълът на падане е $\alpha = \beta_1 \approx 14^\circ$. [0,5 т]