

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА

11 – 12 април 2017 г., Разград

Тема за 7. клас – решения и указания

Във всяка задача за еднократно сгрешен числен отговор се отнемат 0,25 т.

No.	Задача 1	Точки
Част 1	Когато човек е на сушата, налягането в белите му дробове е равно на атмосферното налягане. Когато човек е във водата и диша през шнорхел, налягането в белите му дробове отново е равно на атмосферното, но към него се добавя хидростатичното налягане на водата на съответната дълбочина. За да може гмурецът да вдиша през шнорхела е необходимо разликата в налягането от двете страни на гръдните мускули да не надвишава 7% от p_{atm}. По време на вдишването, налягането в белия дроб е p_{atm}, а налягането около гмуреца е $p = p_{\text{atm}} + p_h. \quad \text{1 т}$ Тук $p_h = \rho g h$ е хидростатичното налягане на водата на дълбочина h. 1 т Следователно разликата в налягането е $p_{h,\text{max}} = \rho g h_{\text{max}} = 0,07 p_{\text{atm}}$, откъдето намираме $h_{\text{max}} = \frac{0,07 p_{\text{atm}}}{\rho g} \approx 0,7 \text{ m}. \quad \text{2 т}$	4 т
Част 2	Означенията за разстоянията, които се използват в решението, са нанесени върху горната диаграма. Те имат следното значение: L – разстоянието от къщата до мястото, където Мирилайлай забелязва липсата на подаръка; S – разстоянието между мястото на изтърване и мястото на забелязване на липсата; x – разстоянието, което подаръкът изминава преди Мирилайлай да забележи; y – разстоянието, което подаръкът изминава от момента на забелязване до момента на вземане. Мирилайлай е изпуснал подаръка $(S+L)/v_1$ преди 17:00 часа. Следователно, достатъчно е да намерим само $t = (S+L)/v_1$. 0,5 т (1) От условието, че е пристигнал навреме за чая, имаме $\frac{L}{v_1} = \frac{2(S+x+y)+L}{v_2}$. 0,5 т (2) За едно и също време магьосникът изминава S, а подаръкът – x, т.е. $\frac{S}{v_1} = \frac{x}{v_0}$. 0,5 т (3) От момента на забързване до момента на вземане магьосникът изминава път $S+x+y$, а за същото време подаръкът изминава път y, т.е. $\frac{S+x+y}{v_2} = \frac{y}{v_0}$. 0,5 т Събираме почленно (1) и (2) и прегрупираме събираемите: $\frac{L+S}{v_1} = \frac{(S+L)+(x+y)}{v_2} + \frac{(S+x+y)}{v_2} + \frac{x}{v_0}. \quad \text{1 т}$ От (3) заместваем $\frac{S+x+y}{v_2} = \frac{y}{v_0}$ в горното уравнение и получаваме: $\frac{S+L}{v_1} = \frac{(S+L)+(x+y)}{v_2} + \frac{y}{v_0} + \frac{x}{v_0}. \quad \text{1 т}$ След това прегрупираме събираемите от двете страни на равенството:	6 т

$(S + L) \left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right) = (x + y) \left(\frac{1}{v_0} + \frac{1}{v_2} \right),$ и привеждаме под общ знаменател: $(S + L) \frac{(v_2 - v_1)}{v_1 v_2} = (x + y) \frac{(v_0 + v_2)}{v_0 v_2},$ откъдето можем да отделим търсеното време $t = (S + L)/v_1,$ известното време $t_0 = (x + y)/v_0,$ като същевременно заместим с известните ни съотношения за скоростите $v_1/v_2 = a/b$ и $v_2/v_0 = b.$ $\frac{(S + L)}{v_1} \frac{(v_2 - v_1)}{v_2} = \frac{(x + y)}{v_0} \frac{(v_0 + v_2)}{v_2}$ или опростено $t \left(1 - \frac{v_1}{v_2} \right) = t_0 \left(1 + \frac{v_0}{v_2} \right).$ Търсеното време е $t = t_0 \frac{b+1}{b-a}$ или $t = 12 \frac{5+1}{5-3} \text{ min} = 36 \text{ min}.$ Мирилайлай е извървал подаръка в 16:24 часа.	2 т
--	-------------------

No.	Задача 2.	Точки
(а)	Тъй като резисторите са свързани успоредно към източника, напрежението върху всеки от тях е равно на напрежението на източника, т.е. 12 V. 0,5 т За първия резистор: $R_1 = \frac{U^2}{P_1}$, където P_1 се изменя от 6 W до 96 W. Следователно R_1 може да се изменя от 1,5 Ω до 24 Ω. 1 т За втория резистор: $R_2 = \frac{U^2}{P_2} = \frac{144}{24} \Omega = 6 \Omega$. 0,5 т	2 т
(б)	Тъй като $R_1 = xR_2$, където R_1 е в интервала от 1,5 Ω до 24 Ω, а $R_2 = 6 \Omega$, то $x \in [0,25; 4]$ 1 т	1 т
(в)	При последователно свързване токът през консуматорите е един и същ, така че е удобно да използваме израза за мощност $P = I^2 R$. 0,5 т Еквивалентното съпротивление на веригата е $R = R_2(x+1)$. 0,5 т Токът във веригата е $I = \frac{U}{R} = \frac{U}{R_2(x+1)}$. 0,5 т Общата мощност, отделена в двата резистора, е $P = I^2 R = \frac{U^2}{R_2} \frac{1}{(x+1)}$. 1 т Тъй като U и R_2 са фиксирани, то промяна на общата мощност настъпва единствено с промяна на x. Числото $1/(x+1)$ може само да намалява с увеличаването на x, т.е. мощността P намалява с увеличаването на R_1. 1 т	3 т
(г)	Мощността, отделена в първия резистор може да се запише по един от двата начина: 1 т $P_{1, \text{ посл}} = I^2 R_1 = U^2 \frac{R_1}{(R_1 + R_2)^2} \text{ или } P_{1, \text{ посл}} = \frac{U^2}{R_2} \frac{x}{(x+1)^2}.$ Тъй като $R_1 = \frac{1}{3} R_2 = 2 \Omega$, за търсената мощност получаваме $P_{1, \text{ посл}} = 4,5 \text{ W}$. 0,5 т Тъй като $\frac{x}{(x+1)^2} = \frac{1/x}{(1+1/x)^2}$, то ако мощността $P_{1, \text{ посл}} = 4,5 \text{ W}$ се осъществява при дадена стойност на x, то тя ще се осъществява и при стойност $1/x$. Следователно търсената друга стойност на съпротивлението е $R_1 = 3R_2 = 18 \Omega$. 2,5 т Алтернативно решение: 2,5 т Записваме израза за мощността и заместваем известните ни величини. $4,5 = 144 \frac{R_1}{(R_1 + 6)^2}, \text{ което е еквивалентно на } R_1^2 - 20R_1 + 36 = 0. \text{ Знаем, че } R_1 = 2 \Omega$ изпълнява това условие, следователно можем да разложим горното равенство на множители, един от които става нула при $R_1 = 2 \Omega$: $(R_1 - 2)(R_1 - Z) = 0, \text{ където } Z \text{ е другата търсена стойност на съпротивлението. Разкриваме скобите и сравняваме с първия израз } R_1^2 - (2+Z)R_1 + 2Z = 0, \text{ откъдето намираме } 2Z = 36 \text{ или } Z = 18. \text{ Следователно другата стойност на съпротивлението } R_1 \text{ е } R_1 = 18 \Omega.$	4 т

No.	Задача 3.	Точки
(а)	Тъй като всички зърна стават на пуканки, за да намерим колко са били зърната в началния момент, трябва да намерим колко са всички разпуквания. Броят на всички разпуквания е сума от разпукванията във всеки 30-секунден период, т.е. $N = 20 + 100 + 180 + 300 + 300 + 180 + 100 + 20 = 1200$ царевични зърна.	1,5 т
(б)	Тъй като масата на всички 1200 зърна царевица е $M = 200 \text{ g}$, то масата на едно зърно е $m_{\text{зърно}} = 1/6 \text{ g} \approx 0,17 \text{ g}$. Масата на една пуканка е $m_{\text{пук}} = m_{\text{зърно}} = 1/6 \text{ g} \approx 0,17 \text{ g}$. Началният обем на кесията е $V_0 = 90 \text{ cm}^3$. Поради неправилната форма на зърната, половината от този обем е незапълнена. Тогава обемът на едно зърно е $V_{\text{зърно}} = \frac{1}{2} \frac{V_0}{N} = \frac{3}{80} \text{ cm}^3 = 0,0375 \text{ cm}^3$. Обемът на една пуканка е $V_{\text{пук}} = 40V_{\text{зърно}} = 1,5 \text{ cm}^3$. Плътността на зърното е $\rho_{\text{зърно}} = \frac{m_{\text{зърно}}}{V_{\text{зърно}}} = \frac{40}{9} \text{ g/cm}^3 \approx 4,44 \text{ g/cm}^3$. Плътността на пуканката е $\rho_{\text{пук}} = \frac{\rho_{\text{зърно}}}{40} = \frac{1}{9} \text{ g/cm}^3 \approx 0,11 \text{ g/cm}^3$.	2 т
(в)	Ако в кесията има N_1 пуканки, значи има $(N - N_1)$ зърна. Приносът на пуканките към обема на кесията е $V_1 = 3N_1V_{\text{пук}}$, а приносът на зърната е $V_2 = 2(N - N_1)V_{\text{зърно}}$. Обемът на кесията е $V = V_1 + V_2$. В края на всеки от осемте 30-секундни периода ще имаме: 1) $N_1 = 20$, $V_1 = 90 \text{ cm}^3$, $V_2 = 88,5 \text{ cm}^3$, $V = 178,5 \text{ cm}^3$ 2) $N_1 = 120$, $V_1 = 540 \text{ cm}^3$, $V_2 = 81 \text{ cm}^3$, $V = 621 \text{ cm}^3$ 3) $N_1 = 300$, $V_1 = 1350 \text{ cm}^3$, $V_2 = 67,5 \text{ cm}^3$, $V = 1417,5 \text{ cm}^3$ 4) $N_1 = 600$, $V_1 = 2700 \text{ cm}^3$, $V_2 = 45 \text{ cm}^3$, $V = 2745 \text{ cm}^3$ 5) $N_1 = 900$, $V_1 = 4050 \text{ cm}^3$, $V_2 = 22,5 \text{ cm}^3$, $V = 4072,5 \text{ cm}^3$ 6) $N_1 = 1080$, $V_1 = 4860 \text{ cm}^3$, $V_2 = 9 \text{ cm}^3$, $V = 4869 \text{ cm}^3$ 7) $N_1 = 1180$, $V_1 = 5310 \text{ cm}^3$, $V_2 = 1,5 \text{ cm}^3$, $V = 5311,5 \text{ cm}^3$ 8) $N_1 = 1200$, $V_1 = 5400 \text{ cm}^3$, $V_2 = 0 \text{ cm}^3$, $V = 5400 \text{ cm}^3$	5 т
(г)	От предната подточка се вижда, че след 3 минути ще имаме 1080 пуканки, всяка от които има маса $1/6 \text{ g}$. Ще можем да си хапнем пуканки с маса $M_{1080} = 180 \text{ g}$.	1,5 т