

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА

НАЦИОНАЛЕН КРЪГ, 3 април 2018 г., Русе

Тема 8. клас (втора състезателна група)

Примерни решения и критерии за оценяване

Задача 1. Спортна кола.

а) При равноускорително движение $v_0 = a_1 \cdot t_0$, [0,5 т.] откъдето $a_1 = \frac{v_0}{t_0} = \frac{30 \text{ m/s}}{3 \text{ s}} = 10 \text{ m/s}^2$. [0,5 т.] Ускорението a_2 при спиране е свързано с началната скорост и спирачния път така: $a_2 = \frac{v_0^2}{2s_0}$ [0,5 т.] $= \frac{(30 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 90 \text{ m}} = 5 \text{ m/s}^2$. [0,5 т.]

б) До достигане на максималната скорост v_{max1} колата ще измине път $l_1 = \frac{v_{max1}^2}{2a_1}$. [0,5 т.] Спирачният ѝ път от тази скорост е $l_2 = \frac{v_{max1}^2}{2a_2}$. [0,5 т.] Тъй като $l_1 + l_2 = l$, [0,5 т.] то

$$v_{max1} = \sqrt{\frac{2l}{\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}\right)}} \text{ [0,5 т.] } = \sqrt{\frac{2 \cdot 2240 \text{ m}}{\left(\frac{1}{10 \text{ m/s}^2} + \frac{1}{5 \text{ m/s}^2}\right)}} = 40 \text{ m/s} = 144 \text{ km/h. [1 т.]}$$

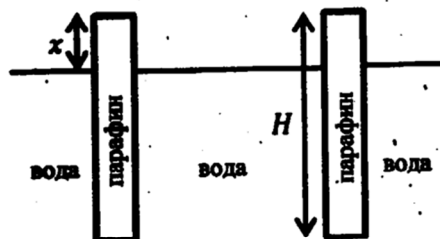
в) Използваме получената формула от предното подусловие и я решаваме спрямо дължината на пистата. Тогава $D = \frac{v_{max1}^2}{2} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}\right)$, [1 т.] $= \frac{(40 \text{ m/s})^2}{2} \left(\frac{1}{10 \text{ m/s}^2} + \frac{1}{5 \text{ m/s}^2}\right) = 1215 \text{ m. [1 т.]}$

г) Общото време T е сума на времената t_1 , t_2 и t_3 , за които колата се движи съответно равноускорително, равномерно с максималната скорост и равнозакъснително. $t_1 = \frac{v_{max1}}{a_1} = \frac{40 \text{ m/s}}{10 \text{ m/s}^2} = 4 \text{ s. [0,5 т.]}$ $t_3 = \frac{v_{max1}}{a_2} = \frac{40 \text{ m/s}}{5 \text{ m/s}^2} = 8 \text{ s. [0,5 т.]}$ Разстоянието, което колата изминава равномерно, е $L - D$ [0,5 т.] за време $t_2 = \frac{L - D}{v_{max1}} = \frac{2070 \text{ m} - 1215 \text{ m}}{40 \text{ m/s}} = 21,4 \text{ s. [1 т.]}$ Общото време е $T = t_1 + t_2 + t_3 = 4 \text{ s} + 21,4 \text{ s} + 8 \text{ s} = 33,4 \text{ s. [0,5 т.]}$

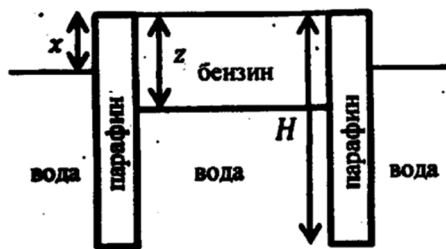
Задача 2. Течности.

а) При плаването на парафиновия цилиндър, той е в равновесие. Силата на тежестта му се уравновесява с действащата му Архимедова сила. Нека сечението на стените му е A . Тогава $\rho_n A \cdot H \cdot g = \rho_v A(H - x)g$. [1 т.] От това уравнение се получава $x = H \left(1 - \frac{\rho_n}{\rho_v}\right)$ [1 т.]

$$10,0 \text{ cm.} \left(1 - \frac{0,900 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{1,000 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}\right) = 1,0 \text{ cm. [1 т.]}$$



б) Когато във вътрешността на плаващия цилиндър започва да се налива бензин, височината на слоя бензин ще започне да расте, докато горната му повърхност достигне горния ръб на цилиндъра или долната му повърхност достигне долния ръб на цилиндъра. Нека предположим, че първо горната повърхност на бензина достига горния ръб на цилиндъра. Тъй като хидростатичното налягане p на долния ръб на цилиндъра навсякъде е



едно и също, то височината x на стърчащата част на цилиндъра също няма да се промени. [0,5 т.] Налягането на долната повърхност на бензина е $p' = \rho_b(z - x)g =$

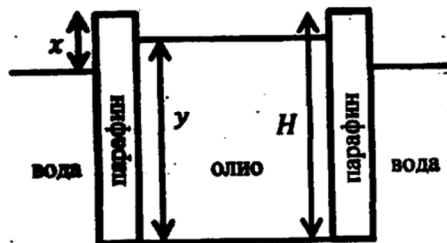
$\rho_b z g$, [0,5 т.] откъдето $z = \frac{\rho_b}{\rho_b} (z - x)$. Използвайки резултата от подусловие а), $z =$

$\frac{\rho_b}{\rho_b - \rho_6} x = \frac{\rho_b - \rho_6}{\rho_b - \rho_6} H$ [0,5 т.] $= \frac{1,000 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} - 0,900 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}}{1,000 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} - 0,730 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}} \cdot 10 \text{ cm} \approx 3,7 \text{ cm}$. [0,5 т.] Масата на

бензина е $m_6 = \rho_6 S z = \rho_6 S \frac{\rho_b - \rho_6}{\rho_b - \rho_6} H$ [0,5 т.] $= 0,730 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 500 \text{ cm}^2 \cdot 3,7 \text{ cm} \approx 1350 \text{ g}$.

[0,5 т.]

в) Когато във вътрешността на плаващия цилиндър започва да се налива олио, височината на слоя олио ще започне да расте, докато горната му повърхност достигне горния ръб на цилиндъра или долната му повърхност достигне долния ръб на цилиндъра. Нека предположим, че първо долната повърхност на олиото достига долния ръб на цилиндъра. Тъй



като хидростатичното налягане p на долния ръб на цилиндъра навсякъде е едно и също, то височината x на стърчащата част на цилиндъра също няма да се промени. [0,5 т.]

Тогава $p = \rho_b(H - x)g = \rho_o y g$, [0,5 т.]

откъдето $y = \frac{\rho_b}{\rho_o} (H - x)$. [0,5 т.]

Използвайки резултата от подусловие а),

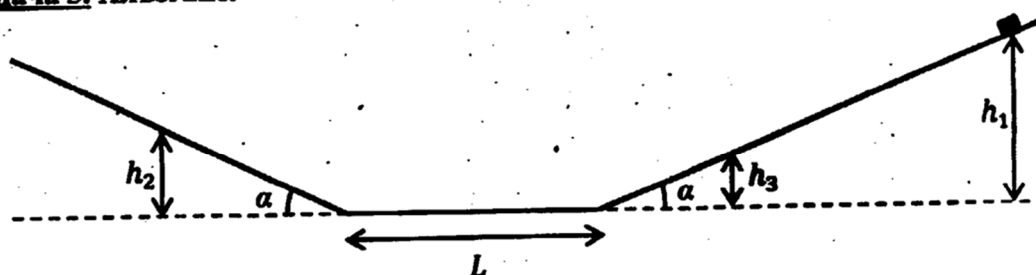
$y = \frac{\rho_b}{\rho_o} [H - H(1 - \frac{\rho_b}{\rho_6})] = \frac{\rho_b}{\rho_o} H$ [1 т.] $=$

$\frac{0,900 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}}{0,920 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}} \cdot 10 \text{ cm} \approx 9,8 \text{ cm}$. [0,5 т.] Масата на олиото е $m_o = \rho_o S y = \rho_o S H$ [0,5 т.] $=$

$0,900 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 500 \text{ cm}^2 \cdot 10 \text{ cm} = 4500 \text{ g}$. [0,5 т.]

Вещество	Означение за плътността	Стойност на плътността, g/cm^3
Вода	ρ_b	1,000
Парафин	ρ_n	0,900
Олио	ρ_o	0,920
Бензин	ρ_6	0,730

Задача 3. Хлъзгане.



а) Заради извършваната работа от силите на триене, механичната енергия на тялото постоянно ще намалява. Промяната на потенциалната енергия между мястото, от където е тръгнало тялото, и мястото на второто му спиране, е равна на работата, извършена от силите на триене:

$$(1) mg(h_1 - h_2) = F_1(2h_1 + 2h_2) + F_2L \quad [0,5 \text{ т.}]$$

(използва се фактът, че в правоъгълен триъгълник с ъгъл 30° хипотенузата е два пъти по-дълга от по-малкия катет). По същия начин за промяната на механичната енергия между второто и третото спиране може да се напише

$$(2) mg(h_2 - h_3) = F_1(2h_2 + 2h_3) + F_2L \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Изваждайки уравнение (2) от (1), се получава $F_1 = \frac{mg(h_1 - 2h_2 + h_3)}{2(h_1 - h_3)}$. [1 т.] След

$$\text{заместване с дадените стойности, } F_1 = \frac{10 \cdot 10^{-3} \text{ g} \cdot 10 \text{ m/s}^2 (2,70 \text{ m} - 2 \cdot 0,81 \text{ m} + 0,18 \text{ m})}{2(2,70 \text{ m} - 0,18 \text{ m})} = 25 \text{ mN.}$$

[0,5 т.]

б) За да се получи формула за силата F_2 , се използват отново ур-ия (1) и (2). Ако (1) се умножи по $(2h_2 + 2h_3)$, а (2) – по $(2h_1 + 2h_2)$, и след това се извадят, след съкращаване на еднаквите събираеми се получава $F_2 = \frac{2mg(h_1^2 - h_1h_3)}{L(h_1 - h_3)}$. [2 т.] След

$$\text{заместване с дадените стойности } F_2 = \frac{2 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ g} \cdot 10 \text{ m/s}^2 ((0,81 \text{ m})^2 - 2,70 \text{ m} \cdot 0,18 \text{ m})}{0,27 \text{ m} \cdot (2,70 \text{ m} - 0,18 \text{ m})} = 50 \text{ mN.}$$

[0,5 т.]

в) Коефициентът на триене k за хоризонталния участък е $k = \frac{F_2}{mg} = \frac{2(h_1^2 - h_1h_3)}{L(h_1 - h_3)} =$

$$\frac{50 \text{ mN}}{10 \cdot 10^{-3} \text{ g} \cdot 10 \text{ m/s}^2} = 0,50. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

г) Нека предположим, че тялото няма да успее да се качи отново по лявата наклонена равнина, а преди това ще спре върху хоризонталния участък. Тогава от промяната на механичната енергия следва $mgh_3 = F_1 2h_3 + F_2 x$, [0,5 т.], откъдето $x = \frac{mgh_3 - F_1 2h_3}{F_2}$.

Използвайки получените вече формули за F_1 и F_2 , след опростяване $x = \frac{Lh_3(h_2 - h_3)}{h_1^2 - h_1h_3} =$

18,0 cm. [0,5 т.]

д) Максималната скорост $v_{\max}$ на тялото по време на неговото движение е в началото на хоризонталния участък след първото спускане по дясната наклонена равнина. Тогава от промяната на механичната енергия следва $mgh_1 = \frac{mv_{\max}^2}{2} +$

$$F_1 2h_1, \quad [0,5 \text{ т.}] \quad \text{откъдето } v_{\max} = \sqrt{\frac{2h_1}{m} (mg - 2F_1)} = 2 \sqrt{\frac{gh_1(h_2 - h_3)}{(h_1 - h_3)}} = \sqrt{27} \text{ m/s} \approx$$

5,20 m/s. [1 т.]

е) Ако поставим тялото върху дясната наклонена равнина на височина $h'_1 = 90,0 \text{ cm}$ и то спре на височина h'_2 върху отсрещната наклонена равнина, то от промяната на механичната енергия следва $mgh'_1 = mgh'_2 + F_1(2h'_1 + 2h'_2) + F_2L$, [1 т.] откъдето

$$h'_2 = \frac{(mg - 2F_1)h'_1 - F_2L}{mg + 2F_1} \quad [0,5 \text{ т.}] = \frac{(10 \cdot 10^{-3} \text{ g} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 2 \cdot 25 \text{ mN}) \cdot 0,90 \text{ m} - 50 \text{ mN} \cdot 0,27 \text{ m}}{10 \cdot 10^{-3} \text{ g} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 2 \cdot 25 \text{ mN}} = 21,0 \text{ cm.} \quad [0,5 \text{ т.}]$$