

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА

НАЦИОНАЛЕН КРЪГ, 3 април 2018 г., Русе

Тема 9. клас (трета състезателна група)

Примерни решения и критерии за оценяване

Задача 1. Реален амперметър

а) Групата от успоредно свързани резистори е еквивалентна на консуматор със съпротивление R' , такова че:

$$(1) \quad \frac{1}{R'} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R} + \dots + \frac{1}{R} = \frac{1}{R_0} + \frac{N}{R} \quad 1 \text{ точка}$$

Следователно:

$$(2) \quad R' = \frac{R_0 R}{NR_0 + R} \quad 1 \text{ точка}$$

Групата от резистори е свързана последователно на амперметъра. Следователно еквивалентното съпротивление на веригата е:

$$(3) \quad R_{\text{екв}} = R_A + R' = R_A + \frac{R_0 R}{NR_0 + R} \quad 1 \text{ точка}$$

б) Според закона на Ом токът във веригата е:

$$(4) \quad I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{екв}}} \quad 1 \text{ точка}$$

Когато не е свързан нито един допълнителен резистор ($N = 0$), еквивалентното съпротивление на веригата е:

$$(5) \quad R_{\text{екв}} = R_A + R_0 \quad 0,5 \text{ точки}$$

От графиката се вижда, че при $N = 0$ токът във веригата е $I = 0,10 \text{ A}$.
Следователно: 0,5 точки

$$(6) \quad R_A + R_0 = \frac{15 \text{ V}}{0,1 \text{ A}} = 150 \Omega \quad 0,5 \text{ точки}$$

Вижда се също така, че при голям брой допълнителни резистори токът във веригата е практически постоянен: $I \approx 0,29 \text{ A}$. (0,5 точки) Както следва от формула (3), при голям брой успоредно свързани резистори еквивалентното им съпротивление става пренебрежимо спрямо съпротивлението на амперметъра. Следователно при големи N :

$$(7) \quad R_A \approx R_{\text{екв}} = \frac{15 \text{ V}}{0,29 \text{ A}} \approx 50 \Omega \quad 1 \text{ точка}$$

Като използваме резултата от уравнение (6), намираме:

$$(8) \quad R_0 \approx 100 \Omega \quad 0,5 \text{ точки}$$

За да определим съпротивлението R на допълнителните резистори, е достатъчно да определим от графиката еквивалентното съпротивление на веригата за една конкретна стойност на N . Например при $N = 1$ имаме: $I \approx 0,225 \text{ A}$ (0,5 точки) Следователно:

$$(9) \quad R_{\text{екв}}(1) \approx \frac{15 \text{ V}}{0,225 \text{ A}} \approx 66,7 \, \Omega \quad 0,5 \text{ точки}$$

От друга страна:

$$(10) \quad R_{\text{екв}}(1) = R_A + \frac{R_0 R}{R_0 + R} \quad 0,5 \text{ точки}$$

Като решим това уравнение, намираме:

$$(11) \quad R = \frac{(R_{\text{екв}}(1) - R_A) R_0}{R_0 + R_A - R_{\text{екв}}(1)} \approx 20 \, \Omega \quad 1 \text{ точка}$$

Задача 2. Електричен разряд

а) За да възникне разряд около топчето е нужно интензитетът на електричното поле на повърхността му да бъде равен на критичното поле:

$$(1) \quad \frac{kq}{r^2} = E_0 \quad 1 \text{ точка}$$

Следователно:

$$(2) \quad q = \frac{E_0 r^2}{k} \quad 1 \text{ точка}$$

Като заместим с числените данни, намираме:

$$(3) \quad q = \frac{3 \cdot 10^6 \text{ N/C} \cdot (3 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2}{9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2} = 3 \cdot 10^{-9} \text{ C} \quad 1 \text{ точка}$$

Потенциалът на топчето е съответно:

$$(4) \quad \varphi = \frac{kq}{r} = E_0 r = 9000 \text{ V} \quad 1 \text{ точка}$$

б) Понеже интензитетът на полето е най-малък по средата между двете топчета, искрата възниква, когато $E = E_0$ в средната точка. 0,5 точки

Средната точка е отдалечена на равни разстояния $d/2$ от центровете на топчетата. Затова те създават електрични полета с еднакви интензитети:

$$(5) \quad E_1 = E_2 = \frac{kq}{(d/2)^2} = \frac{4kq}{d^2} \quad 0,5 \text{ точки}$$

От принципа на суперпозицията следва, че пълният интензитет по средата между топчетата е:

$$(6) \quad E = E_1 + E_2 = \frac{8kq}{d^2} \quad 0,5 \text{ точки}$$

Следователно искра възниква, когато:

$$(7) \quad \frac{8kq}{d^2} = E_0 \quad 0,5 \text{ точки}$$

т.е. при заряд на топчетата:

$$(8) \quad q = \frac{E_0 d^2}{8k} \approx 1.10^{-7} \text{ C.} \quad 1 \text{ точка}$$

Потенциалът на положително зареденото топче е сума от потенциала, създаден от зарядите върху него, и потенциала, създаден от зарядите върху отрицателното топче:

$$(9) \quad \varphi_1 = \frac{kq}{r} - \frac{kq}{d}, \quad 0,5 \text{ точки}$$

Аналогично потенциалът на отрицателно зареденото топче е:

$$(10) \quad \varphi_2 = -\frac{kq}{r} + \frac{kq}{d}. \quad 0,5 \text{ точки}$$

Напрежението между топчетата е равно на разликата на техните потенциали:

$$(11) \quad U = \varphi_1 - \varphi_2 = 2kq \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{d} \right). \quad 1 \text{ точка}$$

Като заместим с израза (8) за заряда на топчетата, намираме:

$$(12) \quad U = \frac{E_0 d(d-r)}{4r} = 150\,000 \text{ V (150 kV)}. \quad 1 \text{ точка}$$

Задача 3. Наелектризиращи мъниста.

а) От условието за равновесие на горното мънисто намираме:

$$(1) \quad mg = \frac{kq^2}{h_0^2} \quad 0,5 \text{ точки}$$

откъдето определяме:

$$(2) \quad q = h_0 \sqrt{\frac{mg}{k}} = 1.10^{-8} \text{ C} \quad 1 \text{ точка}$$

б) При движение на горното мънисто пълната му механична енергия се запазва, защото не му действа сила на триене. В началното положение мънистото има гравитационна потенциална енергия:

$$(3) \quad mgh_1 \quad 0,5 \text{ точки}$$

и електрична потенциална енергия:

$$(4) \quad \frac{kq^2}{h_1} = \frac{mgh_0^2}{h_1} \quad 0,5 \text{ точки}$$

Понеже началната кинетична енергия на мънистото е нула, следва, че пълната му механична енергия е равна на началната му потенциална енергия:

$$(5) \quad E = W_1 = mgh_1 + \frac{mgh_0^2}{h_1} \quad 1 \text{ точка}$$

Мънистото се ускорява надолу, докато силата на тежестта е по-голяма от електростатичната сила. Следователно мънистото достига максимална скорост, когато минава през равновесното си положение, т.е. на височина h_0 . 0,5 точки

Потенциалната енергия на мънистото в равновесното му положение е:

$$(6) \quad W_0 = mgh_0 + \frac{kq^2}{h_0} = 2mgh_0 \quad 1 \text{ точка}$$

От закона за запазване на енергията следва, че:

$$(7) \quad \frac{mv_{\max}^2}{2} + 2mgh_0 = mgh_1 + \frac{mgh_0^2}{h_1} \quad 0,5 \text{ точки}$$

Така намираме:

$$(8) \quad v_{\max} = (h_1 - h_0) \sqrt{2 \frac{g}{h_1}} \approx 0,4 \text{ m/s} \quad 1 \text{ точка}$$

в) В най-ниската точка скоростта на мънистото, а следователно и кинетичната му енергия, отново е нула. 0,5 точки

Следователно потенциалната енергия на мънистото в най-ниското му положение е равна на пълната му механична енергия:

$$(9) \quad E = W_2 = mgh_2 + \frac{kq^2}{h_2} = mgh_2 + \frac{mgh_0^2}{h_2} \quad 0,5 \text{ точки}$$

От равенствата (5) и (9) следва, че височините h_1 и h_2 са двата корена на уравнението:

$$(10) \quad E = mgx + \frac{mgh_0^2}{x}$$

или

$$(11) \quad mgx^2 - Ex + mgh_0^2 = 0 \quad 1 \text{ точка}$$

От формулите на Виет следва, че:

$$(12) \quad h_1 h_2 = h_0^2 \quad 0,5 \text{ точки}$$

откъдето намираме:

$$(13) \quad h_2 = \frac{h_0^2}{h_1} = 1,8 \text{ cm} \quad 1 \text{ точка}$$