



МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

Национално пролетно състезание по физика

28 февруари 2009 г. – Веллингград

Решения на задачите - Тема 9 клас

1. Тяло с маса 2 kg е хвърлено от височина 250 m вертикално надолу със скорост $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Тялото се забива в почвата, на дълбочина 20 cm . Указание: Съпротивлението на въздуха се пренебрегва.

Избираме нулево ниво за пресмятане на потенциалната енергия на нивото на положението в почвата, където е преустановено движението на тялото. Нека $H = 250 \text{ m}$ е височината на началното положение на тялото над земната повърхност. Дълбочината на която тялото навлиза в почвата да означим с $h = 20 \text{ cm}$.

Нека E_1 е механичната енергия на тялото, където движението започва.

Нека E_2 е механичната енергия на тялото, на повърхността на Земята.

$$E_1 = E_{1,K} + E_{1,\Pi}$$

$$E_2 = E_{2,K} + E_{2,\Pi}$$

Тъй като при движението на тялото от положение 1 в положение 2 действа само силата на тежестта, то механичната енергия на тялото при това движение не се променя и следователно $E_1 = E_2$.

Нека E_3 е механичната енергия на тялото, в почвата, където движението е преустановено.

$$E_3 = E_{3,K} + E_{3,\Pi} = 0$$

- а) Определете механичната енергия в началното положение на тялото. (1 точка)

В положение 1 механичната енергия е:

$$E_1 = E_{1,K} + E_{1,\Pi} = \frac{1}{2}mv_0^2 + mg(H + h) = 400 \text{ J} + 4903 \text{ J} = 5303,9 \text{ J}.$$

- б) Определете височината над земната повърхност на която кинетичната и потенциалната енергия на тялото ще се изравнят. (3 точки)

$$E_1 = \frac{1}{2}mv_0^2 + mg(H + h) = \frac{1}{2}mv^2 + mg(x + h),$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mg(x + h) \Rightarrow 2mg(x + h) = E_1 \Rightarrow x = \frac{1}{2mg}(E_1 - 2mgh) = 135,1 \text{ m}$$

- в) Определете скоростта на тялото при срещата му с повърхността (1 точка)

$$E_1 = \frac{1}{2}mv_0^2 + mg(H + h) = 5303,9 \text{ J} = E_2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

$$v = \sqrt{\frac{2(E_2 - mgh)}{m}} = \sqrt{\frac{2(5303,9 \text{ J} - 3,9 \text{ J})}{2 \text{ kg}}} = 72,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- г) Определете големината на силата на съпротивление на почвата. (3 точки)

В положение 3 механичната енергия е нула. Изменението на механичната енергия се дължи на работата на силата на съпротивление на почвата:

$$A = -F_x h = \Delta E = -\left(\frac{1}{2}mv_0^2 + mg(H+h)\right)$$

$$\Rightarrow F_x = \frac{m}{h}\left(\frac{1}{2}v_0^2 + g(H+h)\right)$$

$$F_x = \frac{m}{h}\left(\frac{1}{2}v_0^2 + g(H+h)\right) = 26,52 \text{ kN}$$

д) Проверете верността на решението чрез мерните единици (1 точка)

$$F_x = \frac{m}{h}\left(\frac{1}{2}v_0^2 + g(H+h)\right) \quad [N] \Leftrightarrow \frac{kg}{m}\left(\frac{m^2}{s^2} + \left(\frac{m}{s^2}\right)m\right) = \left[kg \cdot \frac{m}{s^2}\right]$$

е) Определете големината на ускорението на тялото при движението му в почвата. (1 точка)

$$h = \frac{v^2}{2a} \Rightarrow a = \frac{v^2}{2h} = \frac{(72,8 \text{ m/s})^2}{2(0,2 \text{ m})} = 13250 \frac{m}{s^2}$$

ж) Определете времето на движение на тялото в почвата. (1 точка)

$$0 = v - at \Rightarrow t = \frac{v}{a} = \frac{72,8 \frac{m}{s}}{13250 \frac{m}{s^2}} = 0,0055 \text{ s}$$

2. На каква дълбочина трябва да се потопи във вода тънкостенна чаша, обърната с дъното нагоре, така че да потъне под действие на собствената си тежест. Масата и обема на чашата са съответно $m = 100 \text{ g}$ и $V = 200 \text{ ml}$. Атмосферното налягане е $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$. Плътността на водата е $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$. Земното ускорение е $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Указание: Приемаме, че чашата се потапя във водата много бавно, като във всеки момент чашата и намиращата се в нея вода са в равновесие. Приемете също така, че температурата на въздуха в чашата се запазва при потапянето на чашата.

а) Определете посоката на външната сила, която трябва да действа на чашата в началния етап на потапяването. (2 точки)

Външната приложена сила която, трябва да действа на чашата в началния етап на потапяването трябва да уравнива силата на тежестта действаща върху чашата и изтласкващата (архимедова) сила действаща върху нея. В началния момент, силата на изтласкване има следната големина:

$$F_A = \rho V g = \left(10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) (200 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3) \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 2 \text{ N}.$$

Силата на тежестта действаща върху чашата има следната големина:

$$G = mg = (0,1 \text{ kg}) \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 1 \text{ N}.$$

Силата на изтласкване е по-голяма от силата на тежестта. Следователно външната приложена сила трябва да бъде насочена надолу. (1 точка)

б) Опишете как се променя на големината на силата на изтласкване (архимедовата сила) с увеличаването на дълбочината на потапяне на чашата.

С увеличаването на дълбочината на потапяне на чашата, обема заеман от въздуха в чашата ще намалява, поради навлизане на вода в нея. Тъй като изтласкващата сила (архимедова сила) е право пропорционална на обема на въздуха в чашата, то тя ще намалява по големина. (2 точки)

в) На каква дълбочина трябва да се потопи във вода тънкостенна чаша, обърната с дъното нагоре, така че да потъне под действие на собствената си тежест.

Това е дълбочината на която силата на изтласкване (архимедовата сила) ще стане равна на силата на тежестта действаща на чашата.

Големината на силата на изтласкване (архимедовата сила) на търсената дълбочина h ще бъде равна на

$$F_A = \rho V_1 g,$$

където V_1 е обема на въздуха в чашата на тази дълбочина.

Големината на обема V_1 определяме чрез указаната изотермичност на процеса на свиване на въздуха в чашата при нейното потапяне. Прилагаме закона на Бойл- Мариот и получаваме:

$$p_0 V = (p_0 + \rho g h) V_1,$$

където $\rho g h$ е хидростатичното налягане на търсената дълбочина. Следователно, големината на обема V_1 ще бъде равна на:

$$V_1 = \frac{p_0 V}{(p_0 + \rho g h)}$$

Големината на силата на изтласкване (архимедовата сила) на търсената дълбочина h ще бъде равна на

$$F_A = \rho V_1 g = \rho \frac{p_0 V}{(p_0 + \rho g h)} g.$$

От условието на търсената дълбочина силата на изтласкване да бъде равна на силата на тежестта получаваме общия вид на формулата за търсената дълбочина:

$$\begin{aligned} F_A = G &\Rightarrow \rho \frac{p_0 V}{(p_0 + \rho g h)} g = mg \\ &\Rightarrow h = \frac{p_0}{\rho g} \left(\frac{\rho V}{m} - 1 \right) \end{aligned} \quad (4 \text{ точки})$$

За числената стойност на търсената дълбочина получаваме:

$$h = \frac{p_0}{\rho g} \left(\frac{\rho V}{m} - 1 \right) = \frac{\left(10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right)}{\left(10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)} \left(\frac{\left(10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left(2 \cdot 10^{-4} \text{m}^3 \right)}{10^{-1} \text{kg}} - 1 \right) = 10 \text{ m} \quad (1 \text{ точка})$$

3. Положително заредена частица, предварително ускорена от напрежение $U_1 = 10 \text{ kV}$, е насочена по оста на плосък кондензатор, (на равни разстояния от двата електрода). Разстоянието между електродите на кондензатора е $d = 1 \text{ cm}$, а дължината им е $l = 10 \text{ cm}$.

Указание: В кондензатора частицата се движи по криволинейна траектория. Това движение може да се разглежда като съставено от две праволинейни движения, които частицата извършва едновременно - праволинейно равномерно движение, което частицата извършва по оста на кондензатора и равноускорително движение без начална скорост в перпендикулярна на оста посока.

- а) Получете в общ вид началната скорост на частицата с която тя влиза между електродите на кондензатора. Приемете, че преди ускоряването от напрежението $U_1 = 10 \text{ kV}$, частицата е била в покой. Масата и заряда на частицата обозначете съответно с m и q . (2 точки)

$$\Delta E_K = E_{K,F} = \frac{1}{2} m v_0^2 = q U_1 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2 q U_1}{m}}$$

б) Получете в общ вид времето за което частицата би преминала през незареден кондензатор. (1 точка)

$$t = l/v_0$$

в) Получете в общ вид електричната сила действаща върху частицата между електродите на кондензатора. Напрежението между електродите на кондензатора обозначете с U (1 точка)

$$F_E = qE = qU/d$$

г) Получете в общ вид ускорението на движението на частицата в посока перпендикулярна на оста на кондензатора. (2 точки)

$$a = \frac{F_E}{m} = \frac{q}{m} E = \frac{q}{m} \frac{U}{d}$$

д) Пресметнете пътя изминат в направление перпендикулярно на оста на кондензатора. (1 точка)

$$s = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \frac{q}{m} \frac{U}{d} \left(\frac{l}{v_0} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{q}{m} \frac{U}{d} \frac{l^2}{2qU_1} m = \frac{1}{4} \frac{U}{U_1} \frac{l^2}{d}$$

е) Пресметнете минималното напрежение U на кондензатора, при което частицата няма да премине през него, а ще попадне на единия му електрод? (3 точки)

$$s = \frac{d}{2} = \frac{1}{4} \frac{U}{U_1} \frac{l^2}{d} \Rightarrow U = 2 \frac{d^2}{l^2} U_1 = 200V$$